

EDUARDO CAIANIELLO

ESPERER DANS L'ECOLE

UNE NOUVELLE EDUCATION A LA SCIENCE
DANS LE SYSTEME DES LYCEES

Préface de
Bruno D'Amore
et Jean Dhombres

SAGGISTICA / 141



S
141

SAGGISTICA / 141

Sperare nella scuola

Questo libro è l'espressione di dieci anni di ininterrotte ricerche ed esperienze sul campo, che hanno infine messo capo a un'organica teoria evolutiva della persona umana, come realtà inscindibilmente fisica e mentale che solo grazie a una corretta educazione può armoniosamente pervenire a se stessa e alla propria piena realizzazione. Presso le Editions L'Harmattan l'autore ha pubblicato il saggio *La science et le rois de l'événement. A la Recherche du sens* - prefazione di Alexis Philonenko - che affronta queste stesse tematiche dal lato più propriamente filosofico/epistemologico e storico. La preoccupazione resta tuttavia la stessa: non c'è problema più importante e urgente per l'umanità attuale che quello di riorganizzare dalle fondamenta i concetti e i metodi per una nuova pedagogia, perché il sapere venga rimesso al servizio degli uomini, di tutti gli uomini, che ne sono da sempre non solo il veicolo imprescindibile, ma anche l'ovvia destinazione.



Eduardo Caianiello, 42 anni, laureato in Filosofia in Italia e dottorato in Filosofia della mente e della matematica all'HESS di Parigi, ha dapprima lavorato come professore e pedagogo specializzato in blocchi scolari dell'apprendimento, per poi creare il centro di educazione non formale Eironeta, Scuola di Filosofia (www.eironeta.eu).

La foto in copertina è di Nuccio Carri, Soverato

ISBN 978-88-588-2595-6



euro 15,00

Eduardo Caianiello

SPERARE NELLA SCUOLA

UNA NUOVA EDUCAZIONE ALLA SCIENZA
NEL SISTEMA DEI LICEI

Prefazione di
Bruno D'Amore
e Jean Dhombres



Caianiello

Sperare nella scuola

ARACNE

Titre original :

Sperare nella scuola. Una nuova educazione alla scienza nel sistema dei licei, Roma: Aracne: 2010



Table des matières

Préface – Note introductive et remerciements – Synopsis

Introduction – I. La continuité analogique entre Primaire et Secondaire – II. Le problème de la pédagogie de la science – III. La genèse épistémologique du problème – IV. La nature idéologique et archétypique du problème.

Chapitre 1 – *Des années courtes comme des jours* – 1.1 La route – 1.2 La stratégie fondamentale – 1.3 Visions primaires du monde secondaire – 1.3.1 La modalité primaire... – 1.3.2 ... d'une même vision archétypique... – 1.3.3 ... et son enracinement transcendantal. – 1.4 Premier croisement de vide : $q = + Ze$

Chapitre 2 – *D'une science du logos à une science de l'épos* – 2.1 Les parcours du sens (1) : de la « fidèle reproduction des vecteurs »... – 2.1.1 Deuxième carrefour de vide : \vec{v} – 2.2 ... à la fable du Mouvement [LECON] – 2.2A La *mentis inspectio* du sens du mouvement – 2.2B ... « et naquît donc le Chaos primordial » – 2.2C « S'épuisent les corps en un flux de couleurs, celles-ci en musiques... »

Chapitre 3 – *D'une science qui résout des problèmes à une science qui en crée* – 3.1 Les parcours du sens (2) : des nombres qui résolvent des problèmes... – 3.1.1 Troisième carrefour de vide : \emptyset – 3.1.2 Quatrième et dernier carrefour de vide : $\sqrt{2}$ – 3.1.3 Les deux ordres de l'apprentissage - ... au problématique sens du Nombre [LECON] – 3.2.A La matière des nombres – 3.2B Le corps des nombres – 3.2C Le sens musical des nombres

Chapitre 4 – *De la peur de l'école à l'espoir dans l'école* – « Ti kinéïtai » dans l'expérience absurde d'Edoardo Amaldi – 4.2 L'illusion d'optique de la « displacement/separation school phobia – 4.3 L'espoir dans l'école

Bibliographie – Index analytique



*A mon oncle Serse, professeur de lycée.
Qui était là quand je ne comprenais pas*

Préface

Ce dense et multiforme ouvrage d'Eduardo Caianiello est un beau défi intellectuel au compromis silencieux qui souvent s'établit en classe, pendant les heures de mathématiques.

A cause des effets « Topaze », « Dienes » et « Jourdain », si habilement mis en évidence par Guy Brousseau dès les années 60, le contrat didactique règne souverain, et les mécompréhensions fondamentales deviennent déterminantes. D'un côté, l'élève sait que l'enseignant fera tout ce qu'il peut pour entendre la phrase prévue, et que c'est là sa tâche : la prononcer, de l'autre côté, l'enseignant sait que l'élève s'attend à ce genre de mobilisation: il ne désire pas apprendre les mathématiques, il désire l'approbation. Le jeu de massacre commence, et les mathématiques sortent un peu plus de la classe. C'est un chien qui mord sa queue. Plus on révèle ce que l'on veut obtenir, moins on l'obtient; moins on prétend que l'élève ose, et moins il ose en effet. Il se borne à répéter les phrases qu'il pense être attendues, et l'enseignant ne peut que se contenter de cela. Il ne peut que demander cela, étant donné que c'est cela qu'il demande.

De fait, les mathématiques et la science en générale disparaissent, disions nous, et se réduisent à des banalités que tout le monde doit être en mesure de contrôler : calculs, formules, algorithmes; jamais de discussions conceptuelles ou de situations stratégiques qui demandent de l'inventivité, ni de discussions sur l'efficacité des choix de communication ou sémiotiques. Candidement, l'élève avouera ne pas se rappeler une certaine démonstration, comme si le verbe pertinent pour « démonstration » était « se rappeler ».

Il est certain que l'histoire de la science obligerait au contraire à ce genre de discussions, en ce qu'elle offre des façons alternatives de présenter ces mêmes objets, mais il est vrai aussi que la totalité des présentations historiques qui apparaissent dans les textes adoptent la perspective de ce que l'on fait aujourd'hui, et elles font donc apparaître les scientifiques du passé comme des inexperts, en neutralisant de la sorte tout l'intérêt pédagogique de ce type d'approche, qui reste lettre morte. A la fin, toute courageuse requête d'engagement personnel est bannie de l'action en classe; toujours et en tous les cas des situations didactiques, jamais a-didactiques. Si le professeur inconsciemment s'y essaie, l'élève les repousse, car il n'en voit pas le but : quels exercices dois-je résoudre ? Quelles phrases attend-t-on que je dise ? Et c'est là une autre raison pour laquelle l'histoire de la discipline intervient si rarement : car par sa nature elle oblige l'enseignant même à se remettre en question, en l'amenant à réfléchir ouvertement et explicitement à ses choix. Les difficultés dans l'apprentissage des mathématiques sont multiples, et la didactique des mathématiques les stigmatise et les dénonce. Ce n'est pas le bon sens, ce n'est pas l'expérience : il faut étudier.

Revenons au livre d'Eduardo Caianiello : son défi est culturel, avant tout; il croit que l'élève, s'il est bien dirigé peut avoir envie d'apprendre; il croit que l'élève désire se forger ses propres idées, mais seulement si on lui permet de se tromper, surtout s'il y a quelqu'un prêt à guider son cheminement, plutôt qu'à le juger négativement à cause d'une erreur. C'est là que la perspective historique de sa présentation devient intéressante : car dans le passé il y a nombre d'erreurs qui ont été commises par d'excellents mathématiciens, et ce fait décontracte tout le monde. Eduardo Caianiello se débarrasse ainsi du préjugé selon lequel il ne faut tolérer aucune erreur dans l'exposition des idées scientifiques, et sa source devient la mathématique même, avec ses intérêts et ses arêtes. C'est là d'autre part l'une des plus anciennes traditions dans les meilleurs enseignements de mathématiques : ne pas cacher les difficultés et les rugosités de la matière.

Ainsi, plutôt que de les adoucir et de les cacher pour offrir à l'élève une discipline facile et en tout cas abordable, souvent banale, Eduardo Caianiello préfère affronter les difficultés, les discuter, les montrer. Il croit en l'élève, en l'enseignant, en l'école, en la culture, et il propose en conséquence des arguments que l'on pourrait appeler difficiles, mais qui sont le châssis même des mathématiques, non pas édulcorés *ad usum delphini*, mais beaux en leur fière beauté scientifique, difficiles, mais par là même riches de charme : il parie pour cette voie, tout à fait à contre-courant, et c'est pour cela que nous l'aimons. Dans d'autres textes, il étudie aussi des problématiques plus générales et complexes, mais ce qui domine dans ce livre est une sorte de dialogue entre l'enseignant - qui sait, et qui fait de la transposition didactique une bien légère transformation de la matière originale, et donc du savoir à enseigner une entité très proche du Savoir - ... et l'élève, qui ne sait pas, qui sait ne pas savoir, mais qui veut savoir.

Eduardo Caianiello vise ainsi à recréer, à chaque leçon, l'univers mental d'où ont jailli les concepts fondamentaux de nos sciences, et pour ce faire il évoque sans cesse l'expérience historique et épistémologique des mathématiciens et des scientifiques qui ont su créer. Les élèves participent ainsi à chaque fois- en tant que sujets actifs de cette création - à une genèse toujours renouvelée.

Un défi didactique, intellectuel et social qui nous convainc.

Bruno D'Amore (Università di Bologna)
Jean Dhombres (EHESS, Paris)



Note introductive

SOCRATE: C'est sur quoi il me reste des doutes, et je ne puis me suffire à moi-même pour approfondir ce que c'est que la science. Y aurait-il moyen de l'expliquer? Qui de vous veut commencer? Mais celui qui se trompera, et à son tour chacun de ceux qui se tromperont, sera l'âne, comme disent les enfants au jeu de balles. Celui qui résoudra la question, sans se tromper, sera notre roi, et pourra nous proposer les questions qu'il voudra.

Mais pourquoi gardez-vous le silence ?

Deviendrais-je incommode, Théodore, par le plaisir que je prends à causer, et en cherchant à engager une conversation qui nous lie, et nous fasse connaître les uns aux autres ? [Platone, Teeteto 146a]

Ce livre répond à une question que Guy Brousseau se posait en 1997:

« Peut-on espérer réduire suffisamment le champ des situations, par exemple autour de quelques situations ou processus fondamentaux nécessaires à l'acquisition de savoirs principaux. Quelle économie locale ou globale peut-on espérer? ».

On peut espérer dans l'école.

En ce même 1997 j'ai obtenu ma maîtrise (*laurea*) avec un travail sur « Newton et la révolution scientifique dans les lumières françaises ». J'avais trente ans, et mon séjour à l'université avait duré dix ans. Aujourd'hui, j'ai beau soutenir qu'un cursus universitaire en philosophie devrait *officiellement* durer 10 ans, comme c'est le cas, par exemple, pour les directeurs d'orchestre. Si c'était déjà comme cela, probablement que j'en aurais mis vingt. La réalité est qu'à un certain moment je me suis arrêté, en attente, car je m'étais aperçu que je n'y comprenais plus rien du tout, et que n'arrivais à obtenir pas même une réponse.

Quoi qu'il en soit, une fois la maîtrise obtenue je suis parti pour la France, où en 1999 j'ai obtenu un DEA à l'EHESS de Paris avec un travail sur « La création de l'histoire moderne chez Voltaire », pour tout de suite commencer mes études de doctorat en épistémologie des sciences sociales. Depuis lors, toutefois, le sujet de ma thèse a changé, pour devenir « Le fait génétique des mathématiques et la puissance dynamique du mental humain ». Des sommets de la de la science et de la philosophie ont composé mon jury de thèse... eux aussi engagés depuis toujours dans la question de la science et des dynamiques de son évolution et transmission. Cela n'empêche, pourtant, que pour achever ce dernier travail il m'a fallu *dix ans encore*. En somme, ma course a été un vrai marathon, qui ne se clôt que lorsque le dernier a enfin atteint le bout de sa course.

Durant cette deuxième, très longue parabole, pourtant, j'ai fait quelque chose de plus que tout simplement me bloquer. Dans ce cas, je me suis délibérément arrêté pour attendre les autres, en signalant à tous ceux que je rencontrais et qui partageaient ma condition d'immobilité, qu'en tout état de cause je resterais là, en gardant allumé le lumignon de la ligne d'arrivée, jusqu'au moment où même le dernier concurrent ne décide, lui aussi, de la traverser. Il s'en est suivi la découverte la plus importante de ma vie : que des Philippiques comme moi, oubliés le long du parcours, il y en a une planète entière, qui n'attend rien d'autre que de voir se rallumer le flambeau de la Connaissance.

En tout cela, la chose la plus essentielle demeure la *vérité littérale* de ce que je viens de raconter : *je n'y comprenais plus rien du tout...* même si de leur côté mes doutes me paraissaient parfaitement clairs. Et c'est bien cette double circonstance, si bouleversante, qui a fait de moi un philosophe totalement dédié à l'éducation, et particulièrement à l'éducation à la science.

A présent, donc, j'ai deux certitudes.

La première est que les questions des élèves, tout le monde les comprend. Après avoir passé vingt ans assis au bord du cour, en contemplant perplexe – « âne »... en compagnie d'une toujours plus importante quantité d'autres êtres humains – les dribblings et les schèmes tactiques mis en œuvre par les grands champions de l'Histoire, je sais maintenant que lorsque t'as fini le carburant, et que tu arrives vraiment à t'avouer que t'as épuisé toutes tes ressources... et bien c'est alors que tu découvres – qui que tu sois, quelle que soit ta provenance ou ton degré d'instruction – que tu es un vrai Maradona des questions... et comme par magie, les lumières se rallument, ton numéro apparaît sur le grand écran, et c'est enfin ton tour de jouer.



La deuxième est qu'il existe un endroit – une sorte de pays enchanté – qui par sa nature et depuis toujours est fait pour être *essentiellement* le lieu de ce miracle. Son nom est ne rien faire (*skolé*) qui ne soit attendre, en pure contemplation, que quelque chose de compréhensible se produise dans le temps de notre attente : Ecole.

Cette double, inébranlable certitude, fonde ma réponse au questionnement de Guy Brousseau, où retentit l'écho des interrogations les plus profondes qu'Emmanuel Kant nous envoie du siècle des lumières.

Qu'est ce que nous pouvons savoir ? Qu'on peut toujours demander !

Qu'est que nous devons faire ? Le faire !

Qu'est ce que nous pouvons espérer ? *Nous pouvons espérer dans l'école.*

Synopsis

Introduction - I-II. Cette proposition d'une nouvelle éducation à la science est entièrement dédiée à ressouder la *continuité analogique* – à présent dramatiquement fracturée – du processus éducatif. Pour ce faire, je me concentre sur cette zone de passage, tant institutionnel que logico/psychologique, qui enfonce ses racines dans la *dimension primaire* de l'esprit, pour s'élever jusqu'à sa *dimension secondaire*. Une zone – le cœur de l'esprit humain – qu'on ne traverse à présent qu'en la survolant, pressés par la peur et l'angoisse.

In III-IV, j'analyse les éléments – tant historico-culturels (idéologiques) que profonds (archétypiques) responsables de cette paralysie où nous nous trouvons, et je les mets en relation avec les phénomènes de la dispersion et de la phobie scolaire.

En V, je souligne le rôle irremplaçable qu'en tout cela joue l'éducation formelle – qui est la seule force qui puisse faire rejaillir du fond de notre âme – car elle est *née* à cette fin – une authentique *unification* entre la dimension philosophico/narrative du savoir, et son expression scientifique : médicament et baume d'efficacité garantie contre l'*anorexie cognitive* dont est victime l'homme de l'âge actuel.

Chapitre I. En ouverture et en §1.1, je trace la route de navigation qu'il faut suivre, selon les quatre éléments – *analogicité, scientificité, unité* et *dynamisme* du monde expérientiel – que le législateur italien fixe comme les points cardinaux qui doivent orienter le voyage vers l'appréhension secondaire du monde, une fois que la terre sûre de sa dimension primaire a été définitivement abandonnée.

En revanche, comme critères uniques pour décider si la traversée est réussie, ou si le jeune diplômé est perdu en mer, je pose l'*espoir* et la *foi*. Si à la fin du lycée l'élève a découvert l'irréparable « incomplétude de toute représentation, iconique et/ou logique, de la réalité » [DL2004] et que malgré cela il croit encore à la vérité du monde et de la vie. Si, en d'autres mots, ce qui est vrai est encore la vie et la réalité, tandis que celles du désenchantement désemparé et cynique, et de la brûlante déception, ne sont que des « incomplètes représentations iconiques de la réalité » [Ibid.]... et bien cela signifie que le processus éducatif a réussi.

Quant à la stratégie fondamentale (§1.2) pour mener à bien l'entreprise de ce transport, je reprends encore les mots du législateur italien, selon lequel c'est justement la force *dogmatique* de l'Ecole qui, seule, peut éduquer les jeunes à remettre en question leur primaires « représentations du monde » [Piaget], sans pour autant se perdre dans l'océan d'images (*eidola*) qui à ce point commencent fatalement à se multiplier et à se réfracter devant leur conscience.

En §1.3 j'offre un premier panorama – aussi rapide que cohérent et bien soudé – de ce zodiaque de « visions du monde déjà solidifiées » [DL2004] que la science actuelle offre à l'esprit des hommes comme l'éther où se produit la transmission de son savoir. J'insiste dans ce cas (§1.3.1) sur la *nature symbolique profonde* des images et des mots que la didactique actuelle (les manuels) impose à l'esprit des élèves. L'exposition iconologique et expressive que j'offre est donc à saisir comme une théorie de *Urbilde* – images archétypiques, dans le sens de Husserl/Wittgenstein – et pas tout simplement comme une série de *topoi* didactiques, par ailleurs universellement connus et répandus. J'insiste en outre sur le fait que ces archétypes scientifiques décrivent le monde – à tous les niveaux de l'éducation à la science – selon le mode primaire, et donc « syncrétique » [Piaget] de ce qui *vraiment est*, en désapprenant à nos élèves à grandir, ou pire en les éduquant à la peur de grandir.



A la fin de cette exposition (§1.3.2) je définis la notion de « champ de précompréhension archétypique » comme système de forces mentales qui émanent directement (§1.3.3) de la source *transcendantale* de la conscience, d'où nous tirons la force de donner/ôter du sens non seulement aux objets ordinaires de l'expérience, mais aux *évidences a priori* de la mathématique et de la logique.

Ce champ de précompréhension est en conséquence en même temps la puissance à contraster et celle à utiliser, car il s'agit de la dimension où notre esprit *décide*, en pleine liberté créatrice, quel est le sens du monde qui l'entoure et l'habite. Il s'agira alors de réveiller – réactiver – cet espace vital et créateur au cœur de notre intériorité, en utilisant *justement* ces mêmes « choc de contre-sens » qu'à présent se bornent à paralyser la force mentale de nos élèves.

En §1.4 je montre le « choc de contre-sens » que doit affronter un élève de lycée lorsqu'il arrive enfin à devoir comprendre et absorber la nature irréductiblement *secondaire* des vérités scientifiques. Un esprit qui n'a été nullement préparé à cette révélation, est violemment exposé au danger du scandale, c'est-à-dire au danger de faire coïncider – comme Kant le dirait – l'idée de *représentation* [*Erscheinung*] avec l'idée de tromperie [*Scheinen*]. Qui plus est, les mécanismes fondamentaux de notre transmission du savoir scientifique font tout ce qu'ils peuvent pour nourrir et alimenter ce scandale, car ils ne font rien pour préparer le passage. Bien au contraire, très soigneusement ces textes éduquent le élèves à remplir tout vide de compréhension face à une « réalité » donnée, non pas avec la conscience critique de sa nature de représentation, mais avec une autre « réalité », imaginaire, absurde, surréelle, bien plus incompréhensible de ce qu'elle serait censée faire comprendre, et *toujours plus primaire et infantile*. Le scandale, finalement, n'est que cela : une appréhension primaire et infantile – terrorisée et phobique – de la nature secondaire d'un « modèle ».

Dans ce qui suit, donc, j'affronte concrètement le problème de comment gérer ce danger de scandale : très haut, du moment qu'à l'âge actuel la raillerie et le mépris cynique et désenchanté de la vérité scientifique est une attitude qui donne beaucoup de crédit intellectuel à ceux qui s'en font les porte-parole élus.

Chapitre 2. En ouverture je procède encore sur le fil des indications du législateur, et j'affirme que, pour affronter la situation, il faut dès le début réunifier la *dimension narrative* de la science et sa *dimension instrumentale et calculatrice*. J'insiste sur le fait – c'est le cœur même de ma proposition – que cette unification se doit de ne pas être une option externe aux contenus scientifiques à apprendre. Elle doit au contraire s'enraciner A) dans les exigences de sens puissamment exprimées par les élèves *durant* l'heure de mathématique (physique etc.) ; B) dans la nature même de la science laquelle, en ses processus génétiques, n'est que le *récit* de comment le monde, le moment venu, dévoile à notre esprit étonné sa trame subtile et profonde.

L'élève perdu devant l'Ensemble Vide ou le Vecteur Nul, est ici et maintenant un petit Socrate, Descartes... hypnotisés par ces mêmes énigmes que seulement ensuite, en un deuxième moment, ils résoudront. C'est donc, justement, maintenant – *pendant* cette phase de perplexe désorientation – que la narration scientifique réalisera, en classe, l'événement « micro-historique » de la naissance de la Science dans l'esprit de l'Homme. En somme, de même Galilée a montré que tout mouvement naturel recommence à zéro, de même toute opération de notre esprit est toujours et encore un nouveau début et une nouvelle naissance. La *Schöpfung* dédékindienne – la création d'une nouvelle entité mathématique assez puissante pour faire face à un vide de sens dans le « monde de la pensée » [*Gedankenwelt*] devient ainsi l'opération unificatrice tant de la science en sa totalité que de sa didactique.

Avant de plonger dans le concret, je décris les quatre phases dynamiques de (0) blocage cognitif, (–) dé cristallisation logique, (+) transition narrative et (1) fixation expérimentale, qui jalonnent le processus d'apprentissage : un jeu nouveau, qui se déroule selon le rythme naturel d'une *création continue*.

En §2.1, je commence par une exposition des *Urbilde* utilisés à présent pour enseigner le calcul vectoriel, tandis qu'en §2.1.1 je me concentre sur l'effet de *paralyse cognitive* que provoque cette image – primaire – du vecteur, une fois qu'elle est mise en marche.

Dans les Leçons (§2.2ABC), je montre comment on peut utiliser *la force de cette même paralysie*, si elle est transformée en la première phase (*phase 0*, de « chargement cognitif ») d'une réorientation gestaltique des mécanismes de création/compréhension des élèves.



Il s'en suit les phases A, B, C.

En A, les élèves sont confrontés à la nature purement symbolique de la flèche du vecteur.

En B, on fait vraiment parler, et on écoute vraiment, la puissante et retentissante exigence *narrative* jaillissant de leur esprit, obligé par l'école à accepter une flèche qui tout d'abord voyage en cercle sur le toit d'une automobile, pour ensuite être réunie au centre de ce même cercle, ensemble avec toutes les autres flèches : « qu'est-ce qu'il est en train de se passer ???... ». Autrement dit, c'est l'élève même qui, écouté et invité à parler au bon milieu d'un « carrefour de vide » [Tchuanng Tze] soudainement ouvert entre « processus primaire » et « processus secondaire »... c'est l'élève même, dis-je, qui de sa propre initiative fait maintenant de *l'histoire des sciences* non pas un contenu disciplinaire séparé, mais une didactique vivante des notions qu'il doit apprendre, et qui sont de telle façon tout d'abord évoquées et ensuite enfantées directement par son esprit. Cette leçon parcourt le vecteur historique Aristote → Galilée → Kant → Hamilton, c'est-à-dire justement l'histoire de la notion de *début* d'un mouvement, qui est l'essence même du calcul des vecteurs.

En C je fais apparaître d'une façon effectivement galiléenne et donc, pour notre âge, tout à fait novatrice, l'évidence expérimentale du Plan Incliné et de sa musique interne, en faisant ainsi entendre au cœur et à l'intellect des élèves que la science est l'histoire, *le récit*, d'un monde musical et significatif qui incessamment parle aux hommes qui l'habitent et l'écoutent.

Chapitre 3 – Je passe à l'exemple des nombres et des *Urbilde* utilisés pour les enseigner. Dans ce cas, la notion sous accusation n'est pas celle d'une science calculatrice et instrumentale, mais celle d'une science conçue comme *problem solving*. Il s'agit d'une notion que je critique aussi bien en général – la science est une *création continue* de problèmes auparavant jamais pensés car *impensables*, et pas tout à fait l'entreprise de résoudre des problèmes « donnés » (*par qui ? A qui ?... où l'a-t-il trouvé Pythagore, sous le soleil méditerranéen du VI^e siècle av. JC, le problème « à résoudre » du rapport entre l'hypoténuse et les côtés d'un triangle rectangle ?*) – que, plus particulièrement, pour la façon surréellement banalisatrice dont l'idée de nombre est proposée, jour après jour, en classe et dans les manuels.

En fait, les manuels utilisent toujours et partout les même images *primaires* de petites sphères (à additionner = entasser), familles de poissons rouges – tous *ensemble*, dans un même aquarium – et gâteaux à couper = fractionner, pendant qu'entretiens ils nous disent que couper les gâteaux et compter combien de poissons nagent dans un aquarium vide... c'étaient *ceux-ci* les « problèmes à résoudre » qui ont engendré les nombres rationnels et la théorie des ensembles. Il est donc évident qu'ainsi « préparé », l'élève se retrouve absolument *impréparé* face à l'apparition (§3.1.1) de l'aquarium \emptyset et (§3.1.2) du gâteau $\sqrt{2}$.

En §3.1.3 je me concentre sur la totale insouciance de cette didactique face à la différence/opposition (par ailleurs constamment évoquée par le législateur) qui sépare l'« ordre psychologique » de l'apprentissage de l'« ordre épistémologique » et systématique des notions déjà acquises.

Le « choc de contre-sens » engendré par les notions-pivot des mathématiques qui jalonnent le parcours des lycées nous offre, dans ce cas aussi, une propulsion suffisamment puissante pour répéter, dans les *Leçons* en §3.2ABC, le voyage accompli dans le cas des vecteurs. La *narration* proposée par les auteurs des manuels est en effet logiquement et cognitivement incontournable, car il faut nécessairement *raconter* d'où sont-elles sorties, au juste, des entités comme $\sqrt{2}$ ou \emptyset , dans un monde de poissons et de gâteaux où certainement personne n'en ressentait aucun besoin. Il sera alors suffisant de *vraiment* – en esprit de vérité – raconter comment les choses se sont en effet passées, dès le début, pour engendrer une vivante compréhension que ces bizarreries ont tout de même *un sens*.

En A, je mets les élèves face à l'évidence que la *représentation* d'un nombre ne nous révèle pas, en tant que telle, sa nature : le segment *u* sur la droite des nombres, et donc cette même droite, ne sont pas des *grandeurs* géométriques, malgré leur apparence. Les segments numériques d'Euclide ne peuvent évidemment pas représenter des grandeurs, car si c'était comme cela, tous les nombres seraient pairs. Je montre alors que c'est de cette distinction originaire entre nombre et grandeur que naît l'idée d'ensemble, comme multiplicité intérieure (matière, profondeur) du nombre impair/rationnel.

En B, à l'opposé, je fais comprendre la notion d'Ensemble Vide non pas à partir des symboles numériques, mais du phénomène *physique* de la rotation, et donc de la notion de « moment ». Le vide

interne au champ de rotation dont tout corps est en tant que tel le porteur, fait bien ressentir ce qu'il peut signifier d'une part le symbole \emptyset – un « vide » *interne* à tout ensemble numérique – et de l'autre la notion dédékindienne de *Zahlkörper* (corps numérique).

En C, je fais réfléchir sur l'essence musicale du nombre rationnel, dans le continuum logique et expressif – et donc narratif – du *melos*.

Chapitre 4. [§4.1] Je mets encore une fois en évidence l'horizon archétypique qui régit notre civilisation depuis au moins deux siècles, grâce (1) à un exemple de duhemienne « expérience absurde », tiré d'un livre de Edoardo Amaldi, et (2) à une faute apparente dans la traduction de la Physique de Aristote, commise par Barthélemy St Hylaire. Je fais cela, afin de montrer que cette dimension dans laquelle on peut forcer le sens des évidences les plus évidentes, est justement la dimension où l'homme peut être éduqué à *donner un nouveau sens* à sa vie : le royaume de l'école.

[§4.2] Je montre alors que l'école est une réalité primordiale et archétypique de notre esprit, et que pour cette raison elle peut nous faire si peur : non pas comme – « par translation » – nous fait peur une réalité qui nous « sépare » d'une autre réalité à laquelle nous serions « attachés » – ce qu'affirme la perspective de la « déplacement/separation anxiety », qui *inverse* les termes de la question – mais comme nous fait peur la prise de conscience que toute réalité peut être interprétée comme son propre symbole : ce qui laisse l'homme libre d'agir, savoir, parler... c'est-à-dire de grandir et sortir de la minorité.

[§4.3] Ainsi définie, l'école se révèle enfin comme la graine la plus importante pour engendrer un vrai changement, et pour que les hommes recommencent à espérer en un monde nouveau.