

## Eduardo Caianiello

### « Poincaré, Piaget, Proust et la genèse du symbole mathématique et littéraire »

Texte de la conférence du 7 Juin 2008 à la Maison Auguste Comte de Paris

#### I - Introduction

**Angèle Kremer Marietti** – Bonjour, nous allons écouter M. Eduardo Caianiello – un penseur tout à fait original – sur le Temps et sur le Symbole : ce qui m'intéresse énormément.

**Eduardo Caianiello** – Oui, le Symbole. Pour commencer je peux vous montrer cette image (fig.1), qui représente la structure générale de la question que je pose.



**AKM** – Là vous montrez la réponse !

**EC** – Oui c'est ça.

**AKM** – D'accord ! Alors on va écouter l'explication.

#### L'ENJEU COSMOGONIQUE

**EC** – La question posée est celle de **la formation du symbole évident devant la conscience d'un homme**, où le mot « évidence » doit être pris en son étendue réelle, c'est-à-dire que c'est *évident* qu'un vers de Dante ou des passages de Proust sont beaux, ainsi qu'il est évident que les formules que j'ai marquées sur le tableau :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad , \quad S = \frac{1}{2}at^2 \quad , \quad \vec{F}_{A \rightarrow B} = -G \frac{M_A M_B}{AB^2} \vec{u}_{AB}$$

expriment un rapport de proportionnalité d'une façon parfaitement adéquate.

Le thème de cette conférence est justement le temps « génétique », le temps comme *dimension génétique de profondeur* qui permet la saisie de **l'évidence du symbole** par la conscience humaine.

Il s'agit d'une dimension moins problématique de ce que l'on pense.

Vous voyez sur cette image la *troisième dimension*, et vous voyez des mots : « **Chaos → Kosmos** », qui peuvent paraître – et ils le sont – tonitruants... mais en effet, pour vous donner un premier exemple, vous voyez bien que ce sont ces mêmes auteurs en présence qui s'expriment ainsi.

**PIAGET** : *Le passage du CHAOS au COSMOS, s'opère donc par une élimination de l'égo-centrisme. [...] A l'autre extrême, c'est-à-dire au moment où l'intelligence sensori-motrice a suffisamment élaboré la connaissance pour que*

soient rendus possibles le **LANGAGE** et l'intelligence réfléchie, l' **UNIVERS est au contraire constitué en une structure à la fois substantielle et spatiale, causale et temporelle**. Or cette organisation du réel s'effectue, verrons-nous, dans la mesure où **le MOI se délivre de lui même en se découvrant** et se situe ainsi comme **une chose parmi les choses, un événement parmi les événements** .[La Construction du réel chez l'Enfant p.7]

Ces auteurs parlent constamment sur ce plan **cosmogonique**.

**POINCARÉ** : « Sans le **LANGAGE** [de l'analyse mathématique], la plupart des analogies intimes des choses nous seraient demeurées à jamais inconnues ; et nous aurions toujours ignoré l'harmonie interne du **MONDE** , qui est, nous le verrons, la seule véritable réalité objective . . . c'est pour cela que le monde est divin, puisque c'est pour cela qu'il est harmonieux [La valeur de la Science p.22].

Or nous savons bien que **PROUST** souscrirait directement ces mots, mais en ajoutant que ce n'est pas qu'au langage de l'analyse mathématique d'exprimer la réalité objective du monde... c'est-à-dire que « la plupart des analogie intimes des choses » ne s'expriment pas qu'avec des évidence opaques – des « **hiéroglyphes** » comme il le dirait – telles les évidences des mathématiques, qui sont à la fois *claires* et *opaques*, mais aussi les formules **métaphoriques** de la littérature.

### **L' ENJEU PEDAGOGIQUE, POLITIQUE, NEUROPHYSIOLOGIQUE.**

Pourquoi je dis **claires et opaques** ?

En fait, je suis sûr que vous êtes *repoussés* par les signes – les symboles- que j'ai tracé sur ce tableau. Je suis un spécialiste de *phobie scolaire*, et tout ce que je vais dire a comme histoire *mon* histoire en ce que je m'occupe d'enfants qui ont des problèmes avec les textes qu'ils ont à étudier... J'ai enfin clairement vu que ce rapport entre l'enfant et le texte était *irréductible*, c'est-à-dire que l'enfant est repoussé, est choqué... profondément et directement choqué, par *le symbole*. J'e me suis rendu compte de l'existence de ce que vous venez de voir : un **espace de profondeur** – un Temps ! – où cet enfant, dont Piaget parle, a besoin d'être tranquilisé, d'être calmé, pour que ce symbole **autant prétentieux en son évidence, et opaque en son sens**, puisse ne pas l'effrayer autant.

Tout cela va dans une direction dont je parle clairement, celle du **sens politique du symbole**.

A présent les institutions internationales se sont rendues sensibles à la question, doublement exprimée dans les termes de la « **littératie** » et de la « **numératie** » : la capacité d'un homme de **saisir les symboles des lettres et les symboles des nombres**.

Ces deux notions, ces deux polarités, forment à présent un champ de préoccupation internationale autour du monde, de la planète entière.

De même il y a le projet Génome, le Patrimoine Universel de l'UNESCO ou l'Amazonie à défendre, comme autant d'idées d'une question majeure qui concerne *tous les hommes* (comme le disent Proust... ou Aristote ! Proust dit « tous les hommes sont des écrivains », et Aristote : « *pantes anthropoi* veulent connaître... tous les hommes sont mortels)... de même à présent *tous les hommes* se préoccupent du fait que six milliard, sept milliard de personnes s'approchent à des symboles. Et ce fait qu'il y a des Chinois auxquels il faut apprendre les mathématiques, ou des Arabes qui doivent pouvoir communiquer avec des Japonnais sur *les mêmes* symboles, a créé un espace d'attention sur cette question, à savoir comment peut-on engendrer une politique unitaire valable pour toute la planète, et qui doit donc puiser à des **réserves non pas de pétrole mais de Sens**, à des réserves planétaires et commune d' **interprétation**.

Or pour cette raison l'OCDE – notamment dans son projet CERI, s'occupe de la question majeure du rapport entre la numératie/littératie et la neurophysiologie, à savoir entre la base universelle du sens – le SYMBOLE – et la base universelle de son appréhension matérielle, à savoir le CERVEAU.

Ce lien Symbole-Cerveau ne doit pas choquer.

En effet, pas tout le monde se rappelle que le dernier objet dont Proust parle à la fin de sa recherche est... sont cerveau !

*Je savais très bien que **MON CERVEAU** était un riche bassin minier, où il y avait une étendue immense et fort diverse de gisements précieux. Mais **aurais-je le temps de les exploiter?** [...] **L'accident cérébral n'était même pas nécessaire** . Des symptômes, sensibles pour moi par **un certain vide dans la tête, et par un oubli de toutes choses** [Le Temps retrouvé p.342]*

Ceci est ce que Marcel Proust pense lorsque, à l'occasion de la célèbre « matinée » chez les Guermantes, il comprend enfin que ce qui l'immobilise en contemplation dans la cour de la duchesse (ainsi qu'il se passe dans le cas de Newton et sa pomme, ou de Galilée et son encensoir... fig.2) est *le même objet* qui, lors de son enfance, l'avait immobilisé devant les nymphéas de la Vivonne. Et il se demande alors : «... aurai-je le temps ? »



Or : Galilée **a eu le temps** de couvrir l'**espace** qui séparait ce moment – où il s'arrête en silence devant l'oscillation d'un encensoir - ... de ce moment, où il écrit  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$  ... **ET ON NE DIRA PAS**, car cela serait une erreur majeure – mais tout le monde fait cette erreur ... – qu'en contemplant cet encensoir Galilée a saisi ça :  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$  »... on dira plutôt qu'il a saisi **un objet**, et cet objet – on va le voir tout de suite – peut s'exprimer tant avec ça  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$  ...

$$\text{qu'avec ça : } S = \frac{1}{2}at^2$$

ou ça :  $F = G \frac{M_A M_B}{AB^2}$  ... et avec tous les (infinis) autres symboles qui peuvent représenter une expression adéquate de ce moment (Galilée immobile devant l'encensoir)...

Mais justement : il y a **un temps** entre ces deux moments.

Ce temps – et c’est pour cela que je parle de la **phobie scolaire** de mes élèves, ainsi que du **cerveau** de Proust – **c’est une question très urgente de le remettre au centre de l’attention.**

Pourquoi ? Puisque dès que je dis à un gosse qui est terrorisé – et je vous dis : **TERRORISÉ** – par le mot grec qu’il faut transporter du texte de la version au dictionnaire tout simplement en se rappelant de ce mot pendent le temps de ce transport (où tout paraît s’engouffrer dans le CHAOS)... lorsque je lui dis : « prends ton temps... »... **CE N’EST PAS POSSIBLE.**

J’insiste donc : le temps qui sépare le **sens** du **symbole** qui l’exprime, est un temps qu’il faut remettre au centre de l’attention.

Pour cette raison l’OCDE parle avec force de ce problème *énorme*, du problème énorme du rapport entre **les véhicules de notre existence culturelle – les symboles – et ceux de notre existence matérielle – nos neurones** ; et pour cette même raison Proust se dit : « aurai-je le temps ?... mon cerveau n’ira pas exploser comme celui de ma grand-mère, avant que j’arrive à exprimer ça ? ».

D’autre part, nous pensons toujours en termes de fracture et de scission entre lettres et nombres... tandis que lisez ces mots de l’OCDE

**LA LITERATIE - Votre regard se pose sur les formes arbitraires qui couvrent cette page, et vous voilà en contact avec un autre être humain, qui est assis devant un ordinateur, par une froide après-midi de janvier, à Paris. Les mots passent outre les limites imposées par le temps et l’espace : c’est d’une importance capitale, car cela permet une évolution culturelle cumulative. En lisant ce texte, vous n’êtes pas seulement en contact avec les pensées d’un individu lors d’une unique après-midi; indirectement, vous accédez aussi à la sagesse de toute une culture, de toute une histoire, qui sous-tend ces pensées . La littératie permet de transmettre l’information au-delà du temps et de l’espace [cf. Galileo]; sans elle, la capacité de l’esprit humain aurait pour limites celles de la mémoire de chacun. La littératie est donc indispensable au progrès. ("Comprendre le cerveau. Naissance d’une science de l’apprentissage" OCDE 2007)**

Or ces mots vous les retrouvez *au pied de la lettre* chez ce **maître de la numératie** qu’était Galilée :

*Mais, au-delà de toutes ces stupéfiantes inventions, de quelle supériorité d’esprit témoigna celui qui trouva le moyen de communiquer ses pensées les plus cachées à n’importe qui d’autre, fût-il très éloigné dans l’espace et dans le temps ! Parler à ceux qui se trouvent aux Indes, à ceux qui ne sont pas encore nés et ne le seront que dans mille ou dix mille ans ! et avec quelle facilité ! en rassemblant diversement vingt petits caractères sur une feuille de papier ! C’est là le sceau de toutes les admirables inventions humaines, ce sera la conclusion de nos discussions d’aujourd’hui !*

Il s’agit de la fin de la *Première Journée* du **Dialogue des Grands Systèmes**, où pour conclure on ne célèbre pas les nombres ou les équations : on célèbre **l’alphabet.**

### **LE TEMPS A L’ETAT PUR , le CHAOS, l’IMPOSSIBLE, et LA FEUILLE BLANCHE DU GEOMETRE**

Donc le thème se pose partout de la même façon : Proust pense à son cerveau, Galilée pense aux lettres de l’alphabet.

Quel est ce rapport ?

C’est que tous les deux sont sûrs – absolument sûrs – qu’ils ont trouvé le TEMPS PUR grâce à un « expédient de la Nature ». Voilà Proust :

*Un expédient merveilleux de la nature, qui avait fait **miroiter une sensation** - bruit de la fourchette et du marteau, même inégalité de pavés - **à la fois dans le passé**, ce qui permettait à mon imagination de la goûter, et dans le présent où l'ébranlement effectif de mes sens par le bruit, **le contact avait ajouté aux rêves de l'imagination** ce dont ils sont habituellement dépourvus, **l'idée d'existence** - et grâce à ce subterfuge avait **permis à mon être d'obtenir, d'isoler, d'immobiliser** - la durée d'un éclair - ce qu'il n'appréhende jamais: un peu de **TEMPS A L'ETAT PUR**[TR179].*

Or face à cette découverte, un problème se pose tout de suite, et il faut l'introduire avant de parler de qu'est-ce que cela veut dire un « temps pur » : et c'est que l'on ne peut pas saisir directement ce dont je vous ai montré l'image (fig. 1), à savoir cet espace (ce temps !) qui sépare le **désordre de l'ordre**.

Attention : « chaos » ne veut pas dire « désordre » : je parlerai de la « chora », qui est le mot que Platon utilise dans le *Timée* pour parler de cette dimension primordiale de l'espace où les choses prennent forme. A présent cette dimension c'est le Big Bang, les températures élevées... mas c'est la même chose : on parle toujours de cette chose-là.

**POINCARÉ** de sa part, à propos de cette dimension de la chora s'exprime ainsi :

*Le continu physique est pour ainsi dire **une nébuleuse non résolue**, [VS62]. ; c'est l'esprit seul qui peut la résoudre et c'est le continu mathématique qui est la nébuleuse résolue en étoiles.[VS62]*

*L'espace euclidien n'est pas une forme imposée à notre sensibilité, puisque nous pouvons imaginer l'espace non-euclidien; mais les deux espaces euclidien et non-euclidien ont un **FOND COMMUN**, c'est ce **CONTINUUM AMORPHE** dont je parlais au début; de ce continuum nous pouvons tirer soit l'espace euclidien, soit l'espace lobatchewskien, de même que nous pouvons, en y traçant une graduation convenable, transformer un thermomètre non gradué soit en thermomètre Fahrenheit, soit en thermomètre Réaumur.*

Or il est très important de suivre le passage de cette « nébuleuse » cosmique à la... **feuille de papier** où elle apparaît :

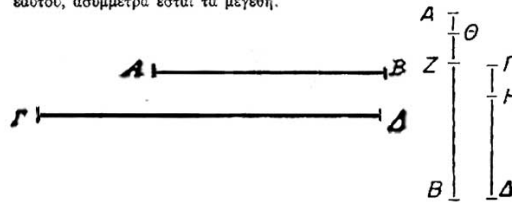
*Dans ce **CONTINUUM PRIMITIVEMENT AMORPHE** on peut imaginer un réseau de lignes et de surfaces, on peut convenir ensuite de regarder les mailles de ce réseau comme égales entre elles, et c'est seulement après cette convention que ce continuum, devenu mesurable, devient l'espace euclidien ou l'espace non-euclidien. De ce **CONTINUUM AMORPHE** peut donc sortir indifféremment l'un ou l'autre des deux espaces, de même que sur une **FEUILLE DE PAPIER BLANC** peut tracer indifféremment une droite ou un cercle.[VS 55-56]*

La chose fondamentale est qu'en effet **on n'a que cela**, c'est-à-dire que tous ces auteurs se sont rendus compte que **l'unique accès que nous avons à ce « continu amorphe »**, cette *chora*, ce *chaos* (et ceci Mme Marietti est la réponse à votre question du début) est **ce que nous voyons en perçant notre feuille blanche**.

Autrement dit : personne n'a jamais vu la « chora » en personne ; personne n'a surtout pas eu à faire avec le « chaos »... car ceci est tout simplement *impossible* : **IMPOSSIBLE** dans tous les sens possibles du mot « impossible ».

On a formulé *l'idée* de l'« impossible »... et **de l'idée de l'impossible est née la géométrie**. Je vous montre à ce propos les deux définitions euclidiennes – dans le VII<sup>ème</sup> et le X<sup>ème</sup> – livre des *Eléments* : de « deux nombres premiers entre eux » et « deux grandeurs incommensurables entre elles ».

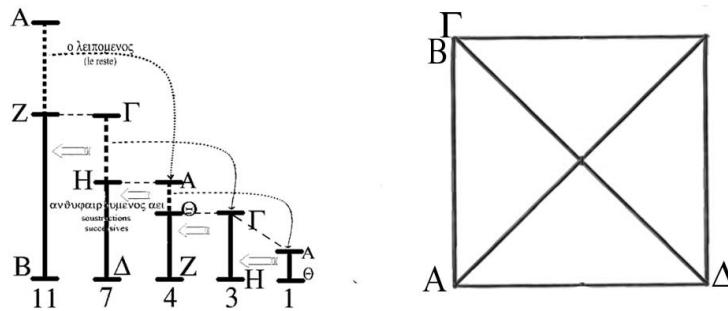
Ἐάν δύο μεγεθῶν [ἐκκειμένων] ἀνίσων ἀνθυφαιρουμένου ἀεί τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος τὸ καταλειπόμενον μηδέποτε καταμετρήῃ τὸ πρό αὐτοῦ, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.



Δύο ἀριθμῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἀνθυφαιρουμένου δὲ ἀεί τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος, ἐάν ὁ λειπόμενος μηδέποτε καταμετρήῃ τὸν πρό αὐτοῦ, ἕως οὗ λειφθῇ μονάς, οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πρώτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

«Soient donnés deux nombres inégaux, et que l'on procède par soustractions successives. Si on soustrait toujours et autant de fois qu'il est possible le plus petit du plus grand, et que le nombre restant à chaque soustraction ne mesure jamais le nombre qui le précède dans cette succession, jusqu'à ce que l'on obtienne comme reste l'unité, alors les deux nombres de départ sont premier entre eux » [Euclide Eléments VII,1]

Soient données deux grandeurs inégales. Si en procédant par soustractions successives de la plus petite à la plus grande, la grandeur qui reste à chaque soustraction ne mesure jamais la grandeur qui la précède dans cette succession, alors les deux grandeurs sont incommensurables» [Euclide Eléments X,1]



Il s'agit de desux définitions qui font usage d'un même mouvement opératoire, qui s'appelle « *anthyphairesis aei to pro heautou* » : une soustraction répétée (recursive) **jusqu'à la fin**.

Or la « fin » c'est **dans le cas des nombres** le nombre 1 ( ici  $A\Theta$  ) : la « monade ».

**Dans le cas des grandeurs** par contre, je vous propose le problème : c'est où la fin ? Où arrêterons-nous notre soustraction répétée ?

De toute évidence, nous ne l'arrêterons pas. Donc, cette définition se fonde non pas sur l'intuition directe de la grandeur, mais sur une démonstration qui fait usage d'un carré et, **grâce à une représentation de l'IMPOSSIBLE**, nous persuade qu'en effet dans certain cas on ne peut pas trouver une mesure commune entre deux « segments ».

La géométrie – euclidienne ou non euclidienne, synthétique ou analytique... - la géométrie à tous les niveaux la science naît depuis toujours en se disant **avant tout**, en disant son identité **sur une feuille blanche**, grâce à des traits de stylo : lettres, nombres, graphèmes... ; et **deuxièmement** elle naît en se détachant de l'IMPOSSIBLE, et en disant donc la *différence* (la distance temporelle) entre le moment de l'ordre scientifique et le moment qui vient avant...

Or ce moment qui vient avant, est un moment qui a une **orientation**...

(Continue...)