



Eduardo J. Caianiello

(EHSS – EIRONEIA)

## **Les prolégomènes de l'enfant à toute métaphysique future : le sens de l'identité numérique, l'identité numérique du sens.**

*Mots clés : évidence mathématique; dynamique de la représentation; sens; identité numérique; épistémologie génétique; tautologie.*

Le projet piagétien d'une ligne explicative capable d'unifier en un seul coup d'oeil le phénomène infantile de la première saisie de la quantité arithmético/physique (Piaget 1941ab) et la finale apparition tant des « opérations réversibles d'ordre intellectuel » que de leur mise en oeuvre selon la méthode de la science (Piaget, 1979/1993) a pivoté dès le début sur la double notion d'une *logique* et d'une *représentation du monde* chez l'enfant (Piaget, 1923/'24/'26) à savoir de l'enfant conçu comme une totalité représentationnelle autonome.

Sur cette ligne de recherche, beaucoup de travaux ont été conduits à partir des années '80 par les psychologues du développement cognitif, qui en fournissant l'épreuve expérimentale anti-piagétienne qu'un nourrisson de 4-10 mois saisit et "conserve" tant le nombre et la grandeur physique que les substances objectuelles, ont aussi pu montrer l'existence dans son esprit d'une *idée du monde*, ou une *infant's metaphysics* (Spelke&Kestenbaum 1986, Xu&Carey 1996) présente et efficace bien avant la mise en place des premières formes d'élaboration pratique, sensori-motrice et langagière de son environnement.

Cet article hérite de cet état des recherches, et du projet général d'une théorie génétique capable d'enchaîner toutes les phases du développement de la cognition, dans l'idée que pour atteindre une théorie unifiée de l'évolution humaine, il faut nécessairement partir de son sommet – l'apparition de l'évidence mathématico/expérimentale – pour ensuite rebrousser chemin jusqu'au tout début de la vie infantile.

[§1.1-§1.3] Mon premier souci est donc de bien distiller l'*ad quem* de ce processus : l'*évidence scientifique*, en ce qui la rend tout à fait irréductible et discontinue par rapport à la simple saisie de la numérosité/quantité d'une réalité observée. Je me concentre à cette fin non pas sur son exactitude mais sur son aspect *modal* – structurellement restreint à l'alternative polaire nécessaire/impossible – et sur la nature *purement représentationnelle* qui en conséquence doit lui appartenir. La simple existence des phénomènes signifiants-et-impossibles  $1+1=1$  (erreur apriori),  $2^0=1$  (énigme a priori) et  $m_i \Delta v_i = -m_j \Delta v_j$  (transmission de mouvement en état de quiétude : énigme expérimentale) nous oblige à reconnaître que la science n'a à faire qu'avec la *représentation*, car une *réalité donnée* ne peut pas être impossible, tandis qu'un *signe donné* peut signaler l'impossible-en-sa-représentation. [§1.2] Or comme *représenter* l'impossible ne signifie pas le *réaliser*, l'instantanéité/simultanéité des opérations mentales apriori (on ne s'étonne *même-pas-pour-un-instant* devant l'erreur mathématique  $1+1=1$ ) doit être par contre *physiquement possible*. Ceci est ce que j'appelle le « problème de Piaget » concernant les « transformations réversibles d'ordre intellectuel » et le défie thermodynamique qu'elles représentent pour le neuroscientifique de la cognition. Je relève ce défi, en envisageant une solution dans les termes d'une Dynamique de la Représentation, sur la directrice historique Galilée-Kant-Wittgenstein.

[§2] Une fois établie cette base phénoménale, je reviens sur les "conceptions initiales" de l'enfant, et j'affirme qu'on ne peut pas se borner à lui attribuer une métaphysique du *physical bounded object* – indéniablement présente et efficace – car si ceci était le dernier socle de tout développement ultérieur, on ne pourrait pas donner raison ni de l'apparition écolière de la simple évidence mathématique, ni de la naissance onto/phylogénétique de la méthode mathématico/expérimentale. Comme en fait chacune de ces étapes naît d'une *représentation [de l'] impossible*, leur avènement successif exige la présence propulsive d'une puissance logique qui transcende (Carey 2002) les possibilités offertes par une métaphysique *statiquement* "focalisée sur l'objet".

[§3] Les données expérimentales confirment cette idée. Pour expliquer l'étonnement du nourrisson face à ce qu'il perçoit derrière l'écran de ces *occlusion events*, nous devons forcément lui attribuer non seulement une métaphysique, mais la puissance – les *prolégomènes* (Kant 1783) – d'une philosophie critique, capable d'engendrer en son sein tant une première idée du monde focalisée sur l'objet, que toute *métaphysique future* qui jalonnaera, chez *l'homme* attentif et silencieux devant les phénomènes, les « âges de la Représentation ».

[§4] J'envisage finalement une reconsidération radicale de la *représentation logique* et de la *tautologie* wittgensteiniennes, en tant qu'outils suffisamment puissants pour la position d'un Principe dynamique de Projection et Conservation du Sens, capable de résoudre les difficultés que le logicisme de Piaget n'a pas été en mesure d'affronter, étant donné son attitude profondément anti-transcendantaliste.

## ENGLISH

Keywords : *mathematical evidence; dynamics of the representation; sense; numerical identity; genetic epistemology; tautology.*

The piagetian project of an explicative line capable of unifying under one only regard the infantile phenomenon of the first seizing of the physical/arithmetical quantity (Piaget 1941ab), and the final appearing of both the « reversible operations of intellectual order » and their organization as the method of science (Piaget, 1979/ 1993) is based since the beginning on the double notion of a *logic* and of a *world representation* in infants (Piaget, 1923/'24/26) that is in infants conceived as autonomous representational wholes.

Cognitive development psychologists have been developing many works on this research line since the eighties by, and by affording the anti-piagetian experimental proof that a 4/10-month-old infant seizes and “preserves” the number and the physical quantity as well as the objectual substances, they were also able to show the existence in his mind of an *idea of the world*, or an *infant's metaphysics* (Spelke&Kestenbaum 1986, Xu&Carey 1996), present and effective long before the installation of practical, sensory-motor and linguistic skills for the elaboration of his environment.

This article inherits this state of the art as well as the general project of a genetic theory capable of linking together all the stages of the cognitive development, in the idea that in order to attain a unified human evolution theory it is necessary to start from its top – the appearance of the mathematical/experimental evidence – and then go back to the very beginning of the infant's life.

[§1.1-§1.3] My first concern is therefore to carefully distillate the *ad quem* of this process : the *scientific evidence*, in what makes it absolutely irreducible and discontinuous with respect to the simple seize of the numerosity/quantity of an observed reality. To this purpose, I concentrate on its *modal* aspect – structurally restrained to the polar alternative necessary/impossible – and on the *purely representational* nature that consequently it must possess, rather than on its *exactitude*. The simple existence of significant-yet-impossible phenomena  $1+1=1$  (a priori error),  $2^0=1$  (a priori enigma) and  $m_i \Delta v_i = -m_j \Delta v_j$  (transmission of movement in a state of rest : experimental enigma) obliges us to recognize that science only deals with *representation*, because a *given reality* can't be impossible, while a *given sign* can *signal* the impossible-*in-its-representation*. [§1.2] Now, since to *represent* the impossible doesn't mean to *realize* it, the instantaneity/simultaneity of apriori mental operations (we don't get *even-for-an-instant* astonished before the “unexpected” mathematical error  $1+1=1$ ) must be on the contrary *physically possible*. This is what I call the “Piaget's problem” regarding the « reversible transformations of intellectual order » and the thermodynamic challenge that they represent for the cognition neuroscientist. I accept this challenge, and I propose a solution in terms of a Dynamics of the Representation, on the historical directrix Galileo-Kant-Wittengstein.

[§2] After having established this phenomenal basis, I come back to the « initial conceptions » of the infant, and I state that we can't attribute to him just a *physical bounded object* metaphysics – undeniably present and effective – because if this were the ultimate basis of any further development, we wouldn't be able to give reason for the appearance of mathematical evidence at school, nor for the onto-phylogenetic birth of the mathematical/experimental method. In fact, since everyone of these stages is born from a *representation [of the]impossible*, their successive advent requires the propulsive presence of a logical power that transcends (Carey 2002) the possibilities offered by a *statically* « object focused » metaphysics.

[3] Experimental data confirm this idea. In order to explain the astonishment of the infant before what he is perceiving behind the screen of the *occlusion events*, we must necessarily attribute to him not only a metaphysics, but the power – the *prolegomena* (Kant 1783) – of a critical philosophy that will mark, in the *man* attentive and silent in front of phenomena, the *ages of the Representation*.

[§4] Finally, I propose a radical reconsideration of Wittengstein's *logical representation* and *tautology*, as sufficiently powerful tools to solve the difficulties which Piaget's logicism was not been able to face, given its profoundly anti-transcendentalist attitude.

---

§1 L'évidence en sa représentation.....	4
1.1 La modalité de l'évidence mathématique.....	4
1.2 La possibilité physique de la pré-détermination mathématique : le « problème de Piaget » .....	7
1.3 La modalité de l' évidence physique.....	11
§2 La métaphysique future du nourrisson.....	15
§3 Les âges de la Représentation .....	19
§4 Mise en perspective : les limites du logicisme piagétien, et la tautologie comme dynamique du sens.....	20
Bibliographie.....	26
Bibliography.....	26
Notes .....	28

### §1 *L'évidence en sa représentation*

Il est question dans cet article du passage développemental de la simple appréhension de la *numerosité* et de la *quantité physique* de la part d'un enfant, à la saisie de l'évidence mathématique et expérimentale, lorsque ce même enfant apprend à lire, pour accéder ensuite aux parcours déductifs et expérimentaux de la science.

Le pivot méthodologique de tout ce qui suit se trouve dans l'idée que l'apparition de la représentation scientifique devant nos yeux signifie l'apparition dans notre monde, du *monde en sa représentation*, car l'aspect modal et polaire de l'évidence ne peut appartenir qu'à une réalité purement représentationnelle.

#### 1.1 La modalité de l'évidence mathématique

L'évidence mathématique n'est ni la simple *numerosité* d'une chose, ni sa *quantité arithmétique* (Piaget, 1941ab), car à la différence de la simple quantité/numerosité "2", l'objet  $2 = 1+1$  est appréhendé comme une evidence mathématique seulement lorsque l'objet 1 est *pré-jugé* comme impossible, à savoir *rayé* comme une *erreur*.

Lorsque on se sert d'une *looking-time procédure* pour saisir le "degré d'étonnement" d'un nourrisson devant le résultat " inattendu "  $1+1=1$ , on n'est donc pas en train d'utiliser l'expression  $1+1=1$  en son sens mathématique, car un sujet quelconque, une fois correctement identifiée l'expression mathématique  $1+1=1$ , *corrige l'erreur* sans aucunement s'étonner, puisque s'étonner – *θαυμάζειν* – veut dire accepter la vérité d'un fait *réel* mais étonnant, tandis que le fait  $1+1=1$  est un fait strictement et immédiatement *impossible*. Et en effet, l'observation expérimentale de la *subitization* œuvrée par un enfant surpris du *fait* que  $1+1=1$ , nous présente incontestablement un nourrisson placé devant l'*occlusion événement* d'un tour de magie, pendant lequel des objets apparaissent et disparaissent, en satisfaisant plus au moins bien ses attentes :

Infants [...] in the 1+1 group were shown a single item in an empty display area. A small screen the rotated up, hiding the item from view, and the experimenter brought a second identical item into the display area, in clear view of the infant. The experimenter placed the second item out of the infant's sight behind the screen (fig.1).

**“Sequence of events 1+1=1 : Impossible outcome”**



Fig.1 (adapté de Winn,1992)

Thus infants could clearly see the nature of the arithmetical operation being performed, but could not see the result of the operation [...] After the above sequence of events was concluded, the screen was rotated downward to reveal either 1 [...] item in the display case. [...] Infants look longer at unexpected events than expected ones... [...] These results shows that infants know that an addition [...] results in a change in the number of items. (Winn, 1992b p.749)<sup>i</sup>

Ce genre d'expériences – structurellement composées par la diachronie d'au moins trois moments (apparition/occlusion/réapparition) – visent à établir la présence dans l'enfant de la capacité à saisir la " numérosité " d'un certain ensemble de choses ou d'événements, et donc d'un efficace principe de conservation de la quantité numérique, contre l'hypothèse de Piaget. En ce sens, elles sont soigneusement conduites :

The results are consistent with two distinct hypotheses : (1) that infants are able to compute the precise results of simples additions [...] and (2) that infants expect an arithmetical operation to result in a numerical change, but have no expectation about either the size or the direction of the change. They may simply expect that adding an item to an item will result in some number other than 1... (Winn 1992, p.750)

Par contre, si la *saisie de la numérosité* et la *capacité de computation* d'un certain cadre d'objets/événements sont ici ciblées sans ambiguïté, l'expression « *adding* an item to an item » engendre la confusion entre une action ordinaire et l'opération mathématique signalée par le foncteur " + ". « **1+1** » signifie dans cette description « a single item were shown... a second identical item were brought in the display area » tandis que « **1+1=1** » signifie « after the above sequence of events was concluded, the screen was rotated downward to reveal 1 item in the display case. » . Or,

l'auteur affirme que de cette façon l'enfant peut voir clairement « the nature of the arithmetical operation », tandis que cette suite d'événements *n'est pas* l'opération arithmétique  $1+1= x$ , ni  $1 \times 2 = x$  : ce n'est que la description d'une expérience en 3 moments réalisée avec 1 pantin, 1 autre pantin 1 « display case » et 1 écran...

Nous parlons ici, au contraire, de l'évidence *mathématique*  $1+1=2$ , à savoir d'un objet opératoire et logique qui avec sa seule présence *pré-détermine* la fausseté de tout ce qui s'y trouve en contraste, où "pré-déterminer" signifie que *même pas pour un instant*  $1+1=1$  en tant qu'addition ne sera jamais l'objet d'un étonnement possible, car personne ne « s'attend » (*expect*) que 2 fasse suite à  $1+1=$  : *on le sait*, et une fois qu'on le sait, on le sait *avant* toute attente.

- La présence de l'*item* 1 malgré la présence à sa gauche des *items*  $1+1=$ , est évidemment et définitivement impossible, et *donc* fausse et illusoire, et c'est justement en son indéniable impossibilité que se montre ce que nous savons déjà, c'est-à-dire que  $1+1=1$  est la présence d'une pure représentation (un signe) et non pas celle d'un objet, qui ne saurait être simultanément présent *et* impossible.

- Réciproquement, la présence d'un seul *objet* malgré le rajout du deuxième *objet* au premier, n'est aucunement un "résultat impossible" car il est bien réel, et *donc* étonnant, et c'est justement sa réalité indéniable qui signale au bébé la fausseté de ses croyances concernant la situation où cette chose réelle (donc possible) mais surprenante fait son apparition.

En synthèse, pour qu'une « chose » qui est réellement devant nos yeux (comme  $1+1=1$ ) soit néanmoins certainement impossible, cette même chose impossible, comme il est impossible qu'en sa réalité elle soit là, doit nécessairement être appréhendée au travers de son propre *signe* qui, à la différence d'une chose réelle, peut être réel *et* faux en même temps. Si donc cette distinction entre présence de la chose et présence de la représentation de la chose – présence de la chose en sa représentation – n'est pas agissante et opérationnelle, l'évidence mathématique ne peut pas apparaître devant la conscience, car l'évidence mathématique n'est pas la simple présence d'un fait, mais la présence de la nécessité ou de l'impossibilité de ce même fait.

Répetons cette même expérience avec l'*effective* opération arithmétique  $1+1$  (fig2)



Fig.2

Le point d'exclamation signifie que l'évidence éclate, et s'impose sur la réalité, en décidant que ce qui était jugé impossible est au contraire bien réel, ou vice-versa. Le " $1+1=1$ " est *réellement* impossible, et donc le sujet qui observe la suite  $t_1-t_5$  fait en  $t_5$  l'expérience immédiate et simultanée d'une évidente fausseté arithmétique, qui rend la suite des événements  $t_1-t_4$  dépourvue de tout intérêt.

Ce qui nous intéresse est précisément le passage I-II ci-dessous (fig.3), à savoir la transformation du phénomène réel de la suite d' *items* **I...I...I** en le phénomène impossible *et donc* non réel (l'erreur) de la suite d'*items* **I+I=I**.



Fig.3

Il est désormais clair, enfin, que l'évidente impossibilité représentée par la combinaison d'items  $|+|=|$  peut apparaître devant la conscience de l'enfant seulement si les *objets*  $|||$  sont devenus les *symboles*  $|||$ , grâce à son intervention projective, de façon que des données de conscience peuvent *représenter* une chose impossible, sans *être* cette même chose impossible.

La réponse à la question « comment un rat peut-il savoir que 2 et 2 font 4 ? »<sup>ii</sup> est donc que si « 2 et 2 font 4 » signifie  $2+2 = 4$ , le rat *ne le sait pas*, quoi qu'il fasse lorsqu'il détecte une numérosité d' à peu près 4 objets, s'il n'identifie pas  $2+2 = 5$  comme la présence purement représentationnelle d'un fait *impossible*. Ces expériences classiques sur les animaux/nourrissons ne concernent donc pas l'appréhension des *évidences mathématiques*  $2+2 = 4$ , ou  $2 \times 2 = 4$  (ou  $2^2=4$ , ou  $1+1+1+1=4...$ ) mais la saisie pré-symbolique de la *numérosité* d'un certain cadre d'objets/événements, qui à côté de son imprécision soumise à l'effet de taille/distance (Dehaene 1997) se présente selon la modalité du réel/possible et non pas selon la modalité de l'impossible/nécessaire, qui accompagne toujours l'exactitude des expressions mathématiques.

## 1.2 La possibilité physique de la pré-détermination mathématique : le « problème de Piaget »

Si  $1+1=1$  est *mathématiquement impossible*, l'immédiateté de sa pré-détermination comme erreur doit être par contre *physiquement possible*. Clarifions donc la nature phénoménale de cette *pré-détermination*.

J'ai affirmé que l'enfant en II ne *s'étonne même pas pour un instant* devant les items  $1+1=1$ , car l'évidence mathématique *pré-détermine* la fausseté de tout ce qui s'y trouve en contraste. Il s'agit d'une pré-détermination strictement *dynamique* – dans le sens d'une Dynamique de la Représentation – facile à saisir avec une analogie très simple.

Considérons la roue R et son moyeu M. Si R est en quiétude et que nous exerçons sur M la force  $\vec{F}$  suivant la directrice horizontale/frontale, le vecteur  $\vec{F}$  de cette impulsion dynamique se manifeste directement dans son effet cinématique : le plan de R s'incline selon cette même directrice. Si par contre nous faisons tourner R, l'effet cinématique de cette rotation et de l'impulsion de  $\vec{F}$  sera que *même pas pour un instant* l'axe de rotation M suivra la directrice horizontale/frontale de  $\vec{F}$ , qui néanmoins demeure la source dynamique des trajectoires cinématiques suivies par R avec son moyeu M<sup>iii</sup>.

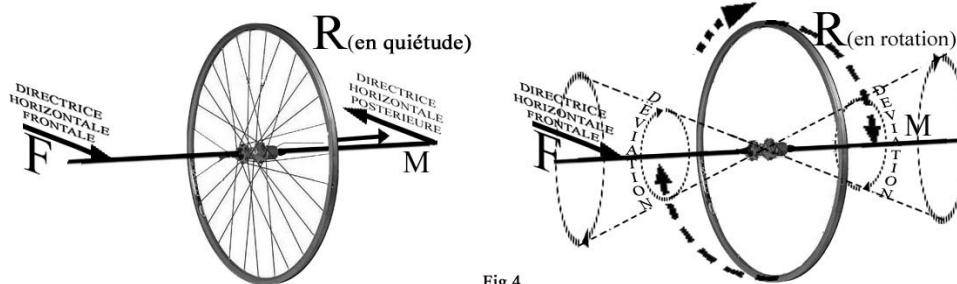


Fig.4

On peut donc penser à la perception simultanée d'un sens et d'une impossibilité – et donc à la transformation projective des graphèmes III += en symboles d'une évidence mathématique – comme à la cinématique perceptive engendrée par l'apparat neuropsychologique de l'enfant, qui se dirige sur le monde en évitant – et donc en se représentant – soigneusement toute donnée impossible.

Autrement dit, l'identification *perceptive* (gestaltique) du *sens* de l'écriture  $1+1=1$ , en ce qu'il s'agit de la représentation d'un fait impossible, manifeste en directe un mouvement interne de notre esprit qui, en ce qu'il témoigne de se trouver devant le "nécessairement faux", montre avoir pris dès le premier instant la voie de la saisie symbolique du monde qui l'entoure. L'enfant *corrige*  $1+1=1$  car il a institué sur la directrice frontale de ses yeux un monde purement représentationnel de phénomènes *immédiatement* symboliques (à savoir symboliques *dès qu'il* les perçoit devant lui) et qu'il saura dorénavant faire interagir comme des objets mathématiques, selon l'unitaire dynamique de l' Evidance, se déployant selon les deux pôles de la nécessité et de l'impossibilité. La *représentation du monde chez l'enfant* qui corrige  $1+1=1$  sans s'en étonner même-pas-pour-un-instant, montre que ce même enfant a finalement saisi *le monde en sa représentation*.

Or le modèle dynamique, que je viens de proposer, cible l'apriori mathématique en sa réalité psychologique et neuro-cognitive, en se proposant de prendre en charge ce que j'appellerai le "problème de Piaget ":

Tandis que les transformations réversibles idéalement supposées par la thermodynamique ne conservent l'équilibre qu'au travers de mouvements infiniment lents, c'est-à-dire pratiquement par une absence de changements, les transformations réversibles d'ordre intellectuel se présentent, au contraire, d'une façon instantanée et simultanée (comme si leur vitesse atteignait la vitesse de la lumière une fois annulé le temps). Pour nous servir d'une image commune, l'équilibre du regroupement serait de la sorte comparable à celui d'une balance dont les poids égaux seraient représentés par les deux membres d'une équation logique; chaque fois qu'un poids est ajouté ou enlevé d'un coté, la même chose se produit de l'autre côté (Piaget, 1979 p. 99, ma traduction)

L'attention de Piaget est ici concentrée non pas sur la conservation de la quantité arithmétique, mais sur la conservation de l'équilibre dans les « transformations réversibles d'ordre intellectuel », à savoir sur les opérations mathématiques et logiques. L'apparition d'une évidence opératoire correspond au moment où ces transformations « se présentent » au sujet qui les réalise avec leur inconfondible simultanété/instantanéité, et cela pose, selon Piaget un obstacle



carnot/einsteinien qu'il juge infranchissable, étant donné l'image de l'*équi-libre* gravitationnel (la balance), choisie pour rendre compte de l'*équation* logique.

Le moment est donc venu d'arrêter avec les analogies trop faciles avec le champ de la physique, par ce que si l'équilibre mental correspond aux transformations réversibles, et si les régulations correspondent aux déplacements de l'équilibre, lorsque les transformations irréversibles se produisent dans le champs des forces présentes, ces transformations réversibles sont sans aucun doute physiquement irréalisables (Piaget, 1979 p. 98)

En réalité, l'énigme thermodynamique représenté par l'équilibre instantané de l'opération, conçue comme une "balance logique", est ici la conséquence de l'usage bidimensionnel que Piaget fait de l'« image commune » de la balance, et d'une interprétation ni *représentationnelle* ni *dynamique* de l'évidence mathématique. Je m'explique.

### Ni représentationnelle...

Comme justement le dit Piaget, les « transformations réversibles d'ordre intellectuel » (les évidences opératoires) *se présentent* instantanément et simultanément, et elles ne font que cela : *elles se présentent* véhiculées par un complexe de graphèmes, tant au scientifique intéressé à leur provenance et nature, qu'au sujet éventuellement soumis à une enquête de laboratoire par ce même scientifique. S'il veut mesurer le temps de réalisation/déroulement d'une addition, il faut évidemment que le chercheur accède à son objet – l'addition – en accédant de la sorte à son évidence, laquelle certainement est « simultanée et instantanée », mais elle est aussi *purement* représentationnelle, car tout sujet qui veuille la soumettre à une analyse structurelle doit avant tout la produire, l'engendrer, la réaliser... – et donc la saisir et l'observer – devant sa propre conscience *en sa représentation*<sup>1</sup>.

Lorsque donc on ne se dirige pas sur « la conservation de la quantité physique chez l'enfant » mais sur la conservation de son « équilibre mental », signalé par les transformations réversibles qu'il est en train de réaliser sur une feuille vraie ou imaginaire, on ne doit pas oublier qu'on est entré dans le domaine de la Représentation, et qu'on ne doit pas en extraire des objets comme si on les avait trouvés en dehors de son horizon.  $1+1=2$  est une « réalité intellectuelle » en ce qu'elle est *représentationnelle*, et la simultanéité entre deux représentations n'est à son tour qu'une représentation de la simultanéité. Or nous sommes constamment confrontés à des représentations de la simultanéité : même le célèbre train einsteinien et les deux foudres qui le frappent, sont *simultanément* présents dans la démonstration [= représentation évidente] que l'on ne peut pas établir, avec une horloge, cette même simultanéité en tant que trait matériel de la situation envisagée.

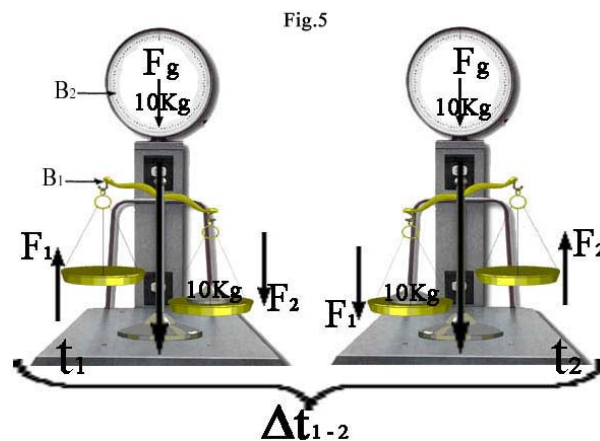
Or ni la thermodynamique ni la théorie de la relativité n'ont aucune objection à ce qu'au même moment  $t_i = \Delta t_i$  un même homme ait une même représentation de deux choses égales... "en même temps" .

---

<sup>1</sup> Il ne s'agit pas ici d'un principe d'indétermination, mais de son contraire exacte: l'intervention incontournable du sujet sur l'objet de son étude –  $1+1=2$  – détermine parfaitement ce même objet, qui n'existe autrement (que nous en sachions...) qu'en cet acte de détermination subjective.

...ni dynamique.

Du côté directement physique, prenons la balance de Piaget avec ses deux plats ( $B_1$ ) et plaçons-la à son tour sur la balance  $B_2$ , en reproduisant de la sorte la situation dynamique de la roue/moyeu que nous venons de proposer :



Lorsque, pendant le temps  $\Delta t_{1-2}$  nous déplaçons le poids de 10Kg de droite à gauche, en faisant de la sorte descendre un plat et monter l'autre, l'insistance gravitationnelle  $F_g$  de la balance  $B_1$  sur la balance  $B_2$  se conserve parfaitement identique à elle-même, et cela non pas parce que l'action du plat de droite sur le plat de gauche a « annulé le temps », mais parce que l'action du vecteur unitaire  $F_g$  ayant son origine en  $B_1$  en sa totalité, constitue la source *dynamique* de tous les phénomènes de rotation qui ont lieu sur la surface *cinématique*  $F_1-F_2$ .

Autrement dit, la distance temporelle que sur la surface de la seule balance  $B_1$  sépare l'action  $F_1(t_1)$  d'un plat de la réaction  $F_2(t_2)$  de l'autre plat, se dissout lorsque nous considérons qu'est qu'il en est, pendant le *temps* de cette action-réaction, de l'action gravitationnelle  $F_g$  qu'*entre-temps* le système total  $B_{1\{F_1 \times F_2\}}$  exerce sur la balance  $B_2$ . La directrice gravitationnelle  $F_g$  appartient en fait à l'espace de profondeur du système  $B_1$ , et elle est donc simultanément présente dans tous les éléments du couple de rotation  $\{F_1 \times F_2\}$  en ce que  $F_g$  constitue, de ce *plan* cinématique, l'espace dynamique au sein duquel tout mouvement a lieu et prend forme, dès le premier instant de son déroulement jusqu'au dernier. Parlerons-nous donc d'une « action » de la dynamique du phénomène sur sa cinématique ? Cela serait confondre les plans du discours : nous dirons plutôt que l'élément dynamique et l'élément cinématique constituent la dimension de surface et la dimension de fond d'un même espace phénoménal. Disons-nous alors que cet élément dynamique et cet élément cinématique sont *simultanément* présents ? Dans le sens logique de la notion de simultanéité certainement oui. Si par contre nous entendons par là que la "dynamique" va "plus vite que la lumière" en agissant instantanément sur la "cinématique" de cet événement, cela aussi n'a évidemment aucun sens. La simultanéité *temporelle* est un trait rigoureusement interne à la grandeur [t] qui compose ce phénomène *dynamico/cinématique* au même titre – en même *temps* – que les grandeurs [s], [m], [F], [p] etc. Lorsque donc nous disons – et nous *devons* le dire – que le

vecteur  $F_g$  pré-détermine la totalité des configurations réciproques (des *formes*) que peuvent prendre les deux bras  $F_1/F_2$  de la balance B1, nous ne faisons que déployer la structure dimensionnelle de tout phénomène physique, en tant que tel.

En ce même sens, le vecteur de l'impossibilité/nécessité est en mesure de *prédéterminer l'équilibre dynamique interne* et *l'aspect cinématique externe* de toutes ces « transformations réversibles » – ces évidences – qui forment le tissu du discours mathématique, et qui sont douées du caractère de la simultanéité et de l'instantanéité *en leur représentation*.

Nous en concluons donc qu'une représentation instantanée et simultanée du *mathématiquement impossible* (ou nécessaire) est *physiquement possible*.

### 1.3 La modalité de l'évidence physique

La *représentation du physiquement impossible*, marque en revanche la naissance de l'évidence physique, et donc de la physique comme science.

Une expérience analogue à celle de Winn (1992) avait été réalisé par Spelke et Kestenbaum en 1986, avec le but – également anti-piagétien – non pas de démontrer qu'un tout petit enfant sait faire les additions et les soustractions, mais que déjà à l'âge de quatre mois il « donne un sens et met de l'ordre »<sup>iv</sup> à son monde expérientiel en termes d'objets physiques doués de cohésion, frontières, consistances et – dans le cas de l'expérience proposée – *continuité spatiotemporelle*.

Spelke et Kestenbaum utilisent deux écrans séparés par un vide, derrière lesquels on fait bouger un jouet, en une « situation de continuité » et en une « situation de discontinuité ». Xu et Carey (1996) ont répété cette même expérience afin de saisir tant la métaphysique immanente à cet étonnement infantile que le *principium individuationis* (le « sortal ») qui agit à sa racine.

Dans les conditions de *mouvement continu* : 1) on fait sortir un jouet à la gauche de l'écran de gauche, et on le fait rentrer. Après le temps nécessaire pour parcourir l'espace caché, 2) le jouet réapparaît dans le vide au milieu, il le traverse, et il disparaît derrière l'écran de droite pour 3) réapparaître à sa droite après le temps nécessaire, et enfin 4) disparaître derrière ce même écran. Finalement 5) l'expérimentateur élimine les écrans pour révéler soit 1, soit 2 jouets.

Dans ce cas, le nourrisson ne s'étonne ni devant l'un ni devant l'autre des deux résultats proposés.

### Situation de mouvement continu (fig.6)



Dans les conditions de *mouvement discontinu* : 1) On fait sortir un jouet à la gauche de l'écran de gauche, et on le fait rentrer. Après le temps nécessaire à ce qu'il parcourt l'espace caché, 2) le jouet *ne réapparaît pas* dans le vide au milieu. On laisse passer le temps qui lui serait nécessaire pour achever le parcours entier derrière les deux écrans, et en 3) le jouet réapparaît à la droite de l'écran de droite, pour en enfin 4) disparaître derrière ce même écran. Finalement 5) l'expérimentateur élimine les écrans, pour révéler soit un, soit deux jouets.

### Situation de mouvement discontinu (fig.7)



### « Événement physiquement impossible »

Dans ce cas, le nourrisson ne s'étonne pas devant deux jouets, tandis qu'il s'étonne devant un seul jouet, et donc, de même face à l'*occlusion event* «  $1+1=1$  » l'étonnement de l'enfant montre qu'il s'attend à *un* jouet, de même face à l'*occlusion event* "1 mouvement *dis-continu* = 1 objet", ce même étonnement montre qu'il s'attend à 2 jouets. Conclusion : le bébé « ainsi que les adultes, perçoit le monde physique comme constitué d'entités dotées de continuité spatiotemporelle »<sup>v</sup>.

Pourtant, si cette conclusion apparaît parfaitement légitime, son explication en termes d'*impossibilité* répète l'inexactitude modale que nous avons remarqué à propos de l'expérience de Karen Winn, et ceci puisque les comptes-rendus des expériences de psychologie expérimentale ont dès le début adopté cette façon de s'exprimer, car elle n'est censée véhiculer ni un traité de logique modale ni une dissertation de métaphysique abstraite, et en conséquence le chercheur ne se préoccupe pas de faire coïncider "unexpected" et "impossible":

Looking time as a measure of *reactions to "possible" and "impossible" events.*

**Violation-of-expectation:** A) possible event is consistent with the belief or expectation examined in the experiment; B) impossible event violates this belief or expectation. If the

infant possesses the belief, they should find the impossible event novel or surprising and therefore look longer at the impossible than at the possible event<sup>vi</sup>.

Malheureusement, nous venons de voir que lorsqu'il s'agit d'étudier *a posteriori* – dans un laboratoire de psychologie qui s'occupe des représentations mentales des sujets examinés – la genèse des représentations *à priori*, cette façon de s'exprimer peut nous tromper. Un *fait* qui est devant nous *ne peut pas* être impossible. L'impossibilité (et donc la modalité en générale) est une propriété qui appartient rigoureusement à notre *représentation-du-fait*, et si un certain fait réellement présent devant nous est indéniablement le porteur d'une impossibilité, cela signifie qu'il est le porteur – le signe – occasionnel de notre représentation de cette même impossibilité, car ce fait est assumé *en sa représentation*. Si ce n'était pas ainsi, les mathématiques seraient impossibles (car elles doivent pouvoir signaler l'impossible, sans quoi elles ne pourraient pas signaler le nécessairement vrai) mais la physique aussi serait impossible, en ce qu'elle est une science non seulement expérimentale mais aussi mathématisée.

Expliquons-nous. Les auteurs cités affirment qu'il est *physiquement impossible* qu'un *objet physique* traverse l'espace occupé par un autre objet, ou qu'il traverse l'espace entre deux lieux sans occuper successivement tous les lieux intermédiaires. Que dire alors de l'objet physique *mv*, imposé en sa présence nécessaire par le célèbre tour de magie des sphères de Newton (fig 8)?

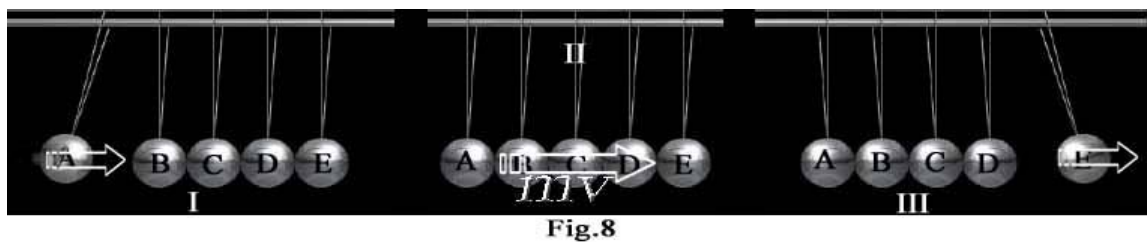


Fig.8

Ainsi que nous l'avons fait avec l'expérience « 1+1=1 » de la Winn, répétons maintenant le jeu d'illusionnisme de Spelke & Kestenbaum dans le cas de " $m_i \Delta v_i = -m_j \Delta v_j$ " à savoir de l'équation du passage de *mv* d'une sphère à l'autre. Nous en obtiendrons l'*évidence* – et donc la *nécessité* – d'une *réalité physique* "impossible" qui s'impose sur toute prétention de légitimité avancée par notre jugement naturel, qu'il soit émis par un bébé ou par un adulte.

Ce qu'on voit dans le tour de magie ci-dessous, où le magicien cache le bruit du choc – et que j'ai organisé en parallèle avec l'*occlusion event* de Spelke/Carey – est l'*oscillation continue* d'une sphère bleue qui pour notre jugement immédiat et nos croyances concernant les *bounded physical objects* ne peut que passer derrière la sphère rose parfaitement immobile qui lui fait obstacle dans l'espace vide entre les écrans.



Fig.9

L'objet physique  $mv$  1) sort à la gauche de l'écran de gauche, et il rentre. Après le temps nécessaire à ce qu'il parcourt l'espace caché par l'écran, 2)  $mv$  ne réapparaît pas au milieu, où on ne voit qu'un corps immobile. Après le temps nécessaire à l'achèvement du parcours entier derrière les deux écrans 3)  $mv$  réapparaît en mouvement à la droite de l'écran de droite, pour enfin 4) disparaître derrière ce même écran, sans que le corps au milieu ne bouge d'un millimètre (et l'oscillation continue...). Or lorsque 5) on écarte les écrans, on est obligé de reconnaître l'évidence (!) d'un fait étonnant (?) puisque jugé physiquement impossible, avec la différence, par rapport au tour de magie des jouets, qu'ici *il n'y a pas de truc*. Malgré le fait indéniable d'une seule et même oscillation continue: a) la sphère bleue de gauche n'est pas passée par derrière, et son mouvement s'est effectivement interrompu au milieu; b) en condition de parfaite immobilité, la sphère au milieu a "poussé" [= fait partir] la sphère de droite; c) la sphère de droite est partie sans être effectivement *poussée*, car lors de son départ les deux sphères de gauche étaient parfaitement immobiles.

Si en revanche notre esprit se rebelle à l'idée de la parfaite immobilité d'un corps, pendant qu'il en pousse un autre, cette expérience où les seules sphères en oscillation sont celles des extrémités peut être intégrée avec une autre expérience, où l'on fera osciller la totalité (ABCDE) des sphères présentes, avec la seule condition que la E sera animée par une oscillation dans le sens contraire à celle des autres (fig10). Pour voir le résultat de ce changement, concentrons-nous sur la sphère A, dont ci-dessous nous avons tracé l'arc d'oscillation et son rayon vertical. Nous voyons qu'en  $t_1$  A oscille vers la droite jusqu'à l'instant  $t_2$  du choc entre la E et la D. L'effet de ce choc est que la A inverse les sens de son oscillation en partant vers la gauche : a) *sans que la continuité du mouvement oscillatoire global vers la droite ne s'interrompe* ; b) sans qu'aucun corps ne la pousse, car entre-temps BCDE voyagent vers la droite [et on peut dire aussi que la sphère B *pousse* la A vers la gauche, tout en bougeant vers la droite...]; c) sans rebondir nulle part ; d) sans préalablement ralentir...

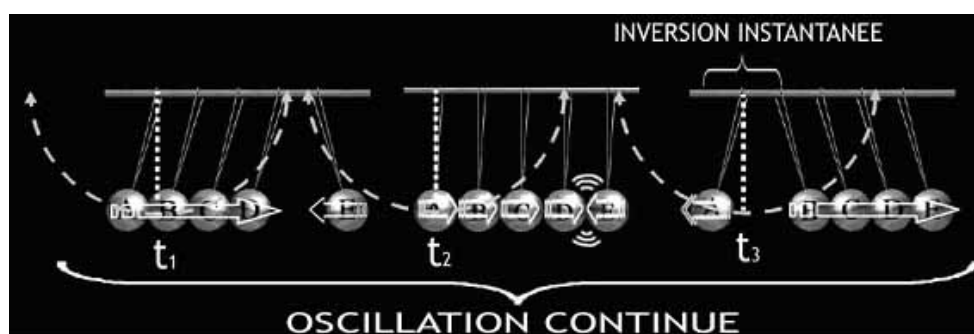


Fig.10

Si donc la sphère B peut pousser la sphère A vers la gauche tout en bougeant vers la droite, *a fortiori* la sphère centrale de notre *occlusion event* pourra bien communiquer *mv* une fois à l'une et une fois à l'autre des deux sphères latérales, tout en demeurant parfaitement immobile.

L'objet physique *mv* possède donc tous les traits du *physiquement impossible* : il est présent dans [il est la présence de] ces oscillations, en passant à travers plusieurs corps; il traverse indéniablement l'espace/obstacle entre deux corps en se transmettant de l'un à l'autre sans qu'on ne le perçoive aucunement ; lorsqu'il accomplit son mouvement, les corps sont tantôt en mouvement, tantôt immobiles ; il peut être transmis à un corps qui en est poussé vers la gauche, par un corps qui est en train de voyager vers la droite.

Si donc nous jugeons avec la mentalité du *physical bounded object* : 1) *mv n'est pas un corps* – car il traverse/est traversé par les corps – 2) ni un mouvement – car il est présent tant dans des corps en mouvement que dans des corps immobiles, et le sens de sa transmission peut être contraire au sens du mouvement du corps qui la véhicule – 3) il ne donne lieu ni à un phénomène de continuité – car le mouvement des corps en jeu peut s'interrompre et s'inverser – ni de discontinuité – car le mouvement d'oscillation global ne s'interrompt pas.

On voit donc bien que l'objet *physique mv* est irréductiblement imposé par la méthode expérimentale comme objet de *la physique*, laquelle, autant que la *mathématique*, intervient dans notre espace expérientiel adulte avec une puissance qui en transcende la *réalité* et la *possibilité* ordinaires, en faisant éclater devant nos yeux *l'impossible/nécessaire* en sa représentation : l'évidence physique de ce phénomène *force* notre esprit à se représenter la présence nécessaire de l'« impossible outcome » *mv*.

## §2 *La métaphysique future du nourrisson.*

Or ce discours sur l'irréductibilité modale (nécessaire/impossible vs réel/possible) et sur la nature rigoureusement représentationnelle de l'évidence mathématique et expérimentale procède en réalité sur la directrice explicitement ouverte et indiquée par les auteurs citées.

D'un côté, le but essentiel tant de Spelke & Kestenbaum que de Xu & Carey est d'éclairer l'horizon *métaphysique* et *contemplatif* du nourrisson.

Selon Spelke et Kestenbaum justement à cause de l'âge de 4 mois des bébés observés, leur étonnement doit être attribué à une pure *idée*<sup>vii</sup>, une *conception* "contemplative" du monde et de ses constituants fondamentaux, car cette surprise n'a pas eu le temps d'être engendrée par des facteurs externes à la pensée même, comme la coordination vision/manipulation de Helmholtz, celle des activités sensori-motrices de Piaget, ou celle du système de l'organisation langagière de Quine :

A 4 mois, le bébé considère le monde en termes d'entités qui ont une cohésion, frontières, consistance et continuité spatiotemporelle. Ces résultats laissent penser que les origines du concept d'objet ne sont pas à chercher dans des capacités extrinsèques à la pensée, mais dans des capacités et des mécanismes qui sont déjà, à proprement parler, cognitifs. C'est dans les capacités cognitives initiales – les conceptions initiales – que les psychologues doivent chercher les origines du concept d'objet (Spelke&Kestenbaum, 1986 p.72).

Cette "représentation du monde chez le nourrisson", qui chez Spelke et Kenstenbaum donne un sens à ses expériences, de façon qu'il conçoit son environnement comme « constitué d'entités munies de propriétés non seulement sensorielles mais aussi abstraites » est appelé *infant's metaphysics* par Xu et Carey

De l'autre côté, dans un article du 2002 Susan Carey prend une position nette en faveur de la discontinuité interne au développement du système de représentation des nombres chez l'enfant, en remarquant que l'apparition des entiers positifs proprement dits, est un événement qui dépasse les possibilités apparentes de la période précédente

L'évolution n'a pas produit les nombres entiers positifs. Ni les fichiers d'objets, ni les grandeurs analogiques ne peuvent servir à représenter les grands nombres. [...] Ainsi, le système type liste d'entiers, qui est maîtrisé entre les âges de deux ans et demi et de quatre ans, est une ressource de représentation authentiquement nouvelle, plus puissante que la capacité de représentation des nombres du nourrisson, et discontinue par rapport à elle. QUESTIONS OUVERTES. Si la capacité de représenter les nombres naturels est une construction culturelle qui transcende les capacités de représentation données par l'évolution, comment se construit-elle ? Quelles sont les processus qui créent une ressource de représentation plus puissante que celles qui la précèdent ? (Carey, 2002 p.222)

Avec mon analyse de la structure logique et modale des évidences mathématiques et physiques, je vise justement à tracer une directrice évolutive capable d'unifier A) l'existence chez le nourrisson d'une *métaphysique initiale* « focalisée sur l'objet »<sup>viii</sup>, B) l'existence chez l'enfant d'une *construction culturelle* (langue parlée/école) qui « transcende les capacités de représentation données [au nourrisson] par l'évolution », et finalement C) l'existence chez l'adulte d'une *méthode scientifique* qui transcende ce même « adult's conceptual system »<sup>ix</sup> qui depuis sa première enfance est resté focalisé sur le *bounded physical object*.

Si cet objet physique est pré-culturel (puisqu'il est présent à l'âge de quatre mois), alors la personne qui, tout en ayant atteint l'*adult's conceptual system* de sa culture, n'a pas dépassé ce stade, se trouve en condition parfaitement "préculturelles" face à l'objet de la physique *mv* : la simple existence d'un adulte ne suffit donc pas à donner raison à ce stade cognitif que nous connaissons comme la science expérimentale et mathématique des phénomènes. Il faut alors se



rediriger sur le nourrisson de Spelke/Carey pour voir si ses comportements métaphysiques ne nous diraient pas quelque chose de plus *puissant* qu'il y paraissait de prime abord.

Revenons à cette fin sur les présupposés logiques de la surprise qui éclate dans le nourrisson devant un résultat inattendu. Si son étonnement face à la révélation finale d'un seul jouet montre indéniablement qu'il porte en lui la représentation de *deux* objets physiques (car il a métaphysiquement délibéré de *compter* "1...2"), ce même étonnement témoigne évidemment de la présence dans son esprit, d'une représentation unitaire et parfaitement *continue* du déroulement du phénomène appréhendé, pendant lequel il a compté "1...2". Il est évident, en fait, que pour compter *1...2 objets*, l'enfant doit en même temps et préalablement être capable de compter *1 mouvement [dis]continu*, et que la continuité événementielle de la scène observée est à la base de l'appréhension de toute discontinuité cinématique qu'à son intérieur puisse s'imposer à l'esprit, ou que l'esprit puisse s'auto-imposer.

Cette évidence à priori – que pour compter *1...2 objets*, il faut préalablement et entre-temps *compter 1 compte* – se traduit dans l'architecture fondamentale des expériences proposées.

La totalité des essais que Xu & Carey organisent, prévoient en effet un moment initial dans lequel l'expérimentateur attire l'attention de l'enfant « sur la scène vide » où le bébé ne voit que le/les écrans et la main de l'expérimentateur même, qui frappe et bouge pendant que sa voix résonne : « 'Look here, look! ' (nom de l'enfant)» (fig.11)<sup>x</sup>. Dans le cas des *baseline/introductory trials*, on montre à l'enfant l'espace du *puppet stage* et les différents objets, en quiétude et en mouvement, afin qu'il voie que « derrière les deux écrans placés sur la scène vide, il y aura soit un soit deux objets. [...] Naturellement – poursuivent les auteurs – ces essais ne donnent à l'enfant aucune possibilité de prévoir quel résultat se produirait »<sup>xi</sup> dans les expériences qui feront suite.

Fig11



***“Drawing the baby’s attention to the empty stage”***

Or il faut remarquer que:

1) L'expression « *drawing the baby’s attention to the empty stage* » est justement « focalisée sur l'objet » (la scène) dans les sens de Spelke-Kestenbaum, tandis que du point de vue strictement expérimental, on ne peut pas affirmer que l'enfant "focalise" l'espace vide (l'objet) du *stage* prêt à accueillir des objets, puisque l'attention ainsi éveillée n'est que le correspectif initial de sa surprise finale, et il faut donc admettre que l'objet de cette attention préalable était plutôt le "temps vide" prêt à accueillir l'événement qui viendra le remplir. C'est uniquement parce que l'enfant s'attend à *1 événement*, qu'en son sein il pourra compter *1...2 objets*, une fois appréhendée la continuité *événementielle* du mouvement discontinu.

2) Si pour l'enfant il y a « *no way of predicting* » quel résultat aura-t-on, on lui fournit en revanche la certitude rigoureusement *projective* et *prédictive* qu'un résultat prendra corps, car un événement aura lieu non seulement dans l'*espace vide* ouvert devant ses yeux, mais aussi dans le *temps vide* ouvert devant son esprit.

En synthèse : étant donné qu'il s'étonne en percevant une différence de nombre entre *les objets* qu'il avait projeté derrière l'écran, et ceux qu'il y perçoit en effet, le nourrisson montre sa capacité à projeter un événement derrière tout genre de *mouvement*, continu ou discontinu, et tout genre d'*objet physique*, mobile ou immobile. A cette seule condition – que son esprit soit préalablement et projectivement ouvert à la saisie d'un événement – l'enfant peut se "focaliser sur les objets" en en comptant un ou deux selon les cas.

Cette remarque analytique sur la préalable nécessité qu'une unité événementielle soit intentionnée avant que n'importe quel compte d'unités objectuelles puisse se produire, acquiert une importance cruciale lorsque sur ce même *empty stage* fait son apparition un cadre d'objets et de mouvements – le plan incliné de Galilée, le prisme de Newton ... – qui, comme Carey le dit à propos des nombres, demandent une « ressource de représentation plus puissante que celles qui la précèdent ». Si le système de représentations du nourrisson de 4 mois, aussi bien que celui de l'adulte pré-scientifique, est régi par une métaphysique *focalisée* sur des entités incapables d'expliquer des phénomènes qui pour cette raison sont jugés "impossibles", tout en étant évidemment réels, on doit en conclure que la *lumière* focalisée sur ces entités par la *lentille* de cette métaphysique bornée aux *physical bounded objects* doit être dotée de [être originée par] une puissance de transformation capable de transcender cette première conception du monde<sup>2</sup>.

Quelle est la nature de cette lumière ? En dehors de la métaphore<sup>3</sup>: cette capacité de se diriger sur l'événement, est-elle déjà porteuse d'une *métaphysique déterminée* comme « conception initiale » à la Spelke & Kestenbaum ?

Négativement, il est certain que la saisie d'un monde constitué avant tout d'*unités événementielles* ne fait pas obstacle à la transformation de la métaphysique du *physical boundend object* en une science du *phénomène physique en sa représentation* : une physique galiléenne dont chaque "objet" (*S, T, v, m, q...*) n'est que l'expression directe du parcours de sa construction expérimentale, à savoir de sa composition dynamique selon un cadre d'évidences qui nous l'imposent tel qu'il se présente, et pas autrement, même si nous serions portés à le juger impossible.

Positivement, un espace cognitif et représentationnel capable d'engendrer en son sein une métaphysique des choses/corps, et sa transformation en une science des phénomènes expérimentaux mathématisables, n'est porteur d'aucune métaphysique déterminée, mais plutôt de *la métaphysique* en sa possibilité, ou encore mieux, selon les mots de Kant, de « toute métaphysique future qui se présentera comme une science ».

---

<sup>2</sup> Il faut remarquer, d'ailleurs, que le phénomène de la « focalisation sur l'objet » est déjà en lui-même un épisode qui transcende, en son résultat, la puissance des phases qui le précèdent, car il faut évidemment que les yeux du nourrisson *se forment* dans l'embryon, et qu'ensuite il puissent *percevoir* le monde pour pouvoir en *focaliser* un aspect plutôt qu'un autre.

<sup>3</sup> Sur cette *même* lumière chez Piaget, voir ci-dessous §4.

### §3 Les âges de la Représentation

La pensée mathématique et expérimentale est une confrontation permanente et ininterrompue avec l'univers *irréductible* de la Représentation, car l'*évidence* – même si cela n'est pas tout à fait évident... – est la manifestation d'un monde de notions et des faits parfaitement insaisissables avec notre entendement ordinaire. Dès que l'enfant grandit et qu'il rentre dans le deuxième cycle de ses études, il démarre la phase III, en commençant à se confronter avec une dimension cachée du concept mathématique, d'où jaillit l'énigme d'une forêt d'évidences qui se mettent à côté des objets impossibles et pourtant *vrais* de la physique expérimentale, en s'imposant en même temps comme *étonnants* et *nécessaires* :

« Sur la base de notre définition de puissance, l'écriture  $a^0$  est dépourvue de sens ; on pose alors par convention que cette base est égale à 1, à savoir  $a^0 = 1$  »<sup>xii</sup>



Fig.12

La fréquentation d'un espace mental – un monde phénoménal – où l'absence de tout "mouvement multiplicatif" signifie la présence d' **1** produit = 0 (ou d'une puissance de produire, ou d'un produit en puissance...) ...ou encore, où la moitié des nombres – et la moitié de cette moitié... – a la même puissance que [est en puissance égale à] leur totalité, et aussi bien cette *totalité* {A} que le *vide* {∅} sont chacune une partie = **1** de cette même totalité = *n*... renvoie à une quatrième phase (IV) du développement cognitif de l'homme, où l'esprit arrive à se demander *comment tout cela a-t-il jamais été possible*, en se mettant de la sorte sur le chemin de la science, dont les vérités étonnantes et pourtant évidentes que nous apprenons à l'école ont été les fruits les plus précieux et étincelants.



Fig.13

« Et bien, dit Socrate, je suis loin, par Zeus, de croire que je connais la cause de ces choses, moi qui n'accepte même pas de dire, quand à une unité on ajoute une unité, si c'est l'unité qui a subi une adjonction qui est devenue deux, ou si c'est l'unité ajoutée et celle à laquelle on l'a ajoutée qui,

du fait de l'adjonction de l'une à l'autre, sont devenues deux. Je m'étonne en effet de ceci : quand chacune était à part de l'autre, chacune était bien une, il n'y avait pas alors de deux ; mais quand elles se sont rapprochées, la cause de production du deux s'est produite en elles, c'est-à-dire la rencontre, qui vient du fait d'être rapprochées » (Platon, *Phédon* 100e)

Il est clair que la phase IV est le moment où la pensée humaine essaie de revenir au moment qui précède le step II, quand l'impérative manifestation de l'évidence à côté de la première représentation de l'impossible ( $1+1=2$  /  $1+1=1$ ), a engendré la première *correction*, selon une dynamique qui ne peut pas commencer avec l'étonnement : "comment est-il possible ?... – devrait se demander le gamin/Socrate devant sa première addition  $1+1=2$  – ...de se représenter, afin de pouvoir l'éviter, l'outcome impossible  $1+1=1!$ ?" - *Wie ist reine Mathematik möglich?!* – Comme la mathématique pure est-elle possible ?<sup>xiii</sup> .

Il est clair aussi, d'ailleurs, que si en se confrontant à l'oscillation continue de son pendule, Galileo Galilei a eu la capacité d'en saisir l'*impetus* comme la présence simultanée d'un mouvement et du mouvement contraire<sup>xiv</sup>, en se représentant ainsi l'absence de tout mouvement comme la présence d'un mouvement « extrêmement lent », cela dépend rigoureusement de la possibilité qu'a son esprit de fixer l'événement unitaire de cette oscillation sans se focaliser sur *aucun* de ses constituants manifestes : ni sur les objets, ni sur les mouvements. Dans ce cas, la question kantienne *Wie ist reine Physik möglich?- Comment la physique pure est-elle possible*<sup>xv</sup> ? signifie justement : comment est-il possible un Principe de Conservation de la Quantité Physique chez le nourrisson (I), chez l'enfant (II), chez l'adulte (III) si cet *homme* s'appelle Galileo Galilei et il arrive (IV) à redissoudre complètement (en revenant *avant* la phase II) toute précédente focalisation métaphysique pour rester en silence devant la pureté événementielle du phénomène ?

*§4 Mise en perspective : les limites du logicisme piagétien, et la tautologie comme dynamique du sens.*

*The rest is silence...*

Tout en se manifestant comme une certitude absolue – et grâce à cette modalité impérative – l'écriture  $1+1=2$  lance l'esprit humain sur la directrice de l'apprentissage et du doute, tendant vers la limite d'une consciente *philosophie critique de la représentation*, qui pendant le vingtième siècle a pris la voix de la *représentation logique* de Ludwig Wittgenstein, bien conscient d'hériter, en cela, de l'ambition kantienne d'une théorie générale de l'a priori en son *phénomène*:

Une proposition de physique, indépendamment de son application, est de toute évidence vide de sens. Quel sens pouvait avoir l'expression « $k=m \times p$  ? [...] Mon erreur tient manifestement à une fausse conception de la représentation logique effectuée par la proposition. Un énoncé ne peut porter sur la structure logique du monde, car pour qu'un énoncé soit seulement possible, pour qu'une proposition PUISSE avoir un SENS, il faut que le monde ait déjà la structure logique qu'il a précisément en effet. [...] La description du monde par des propositions n'est possible que parce que le signifié n'est pas son propre signe.

Application. Lumière sur la question de Kant: « Comment une mathématique pure est-elle possible? » par la théorie des tautologies ! (Wittgenstein, 2005 p.130)

Pour qu'une chose-dans-le-monde – un phénomène, un objet, une expression symbolique, un énoncé...– puisse être détectée par notre système de représentation [= avoir un sens] il faut préalablement – *a priori* – que le monde dans lequel notre esprit nous est donné soit le lieu – l'espace – du sens : et l'unité minimale – l'atome – du sens, n'est pas la *chose*, mais l'événement :

1 *Die Welt ist alles, was der Fall ist* – [Le monde est tout ce qui se passe] – 1.1 *Die Welt ist die Gesamtheit der Tatsachen, nicht der Dinge* [Le monde est la totalité des faits et non des choses] (Wittgenstein, 1983)

Pour que le nourrisson puisse s'étonner, il doit compter **1** événement en son *sens* – identifier [le sens de] l'événement – et s'il se passe donc (*der Fall ist...*) que contre toute fausse attente, derrière l'écran ne lui apparaisse qu'**1** jouet, la surprise que cela déclenche en son esprit montre que le monde de cet enfant a **1** sens *avant* toute erreur possible *et impossible* :

Si nous négligeons le fait que les propositions ont un *sens* indépendamment de leur vérité et de leur fausseté, il est aisé de croire que le vrai et le faux sont deux relations également justifiées entre le signe et le signifié. (On pourrait dire alors, par exemple, que « *q* » signifie selon la vérité ce que « non-*q* » signifie selon la fausseté.) . Mais le vrai et le faux ne sont-ils pas en fait également justifiés? Ne pourrions-nous pas nous exprimer au moyen de propositions fausses tout aussi bien que nous l'avons fait jusqu'à présent au moyen de propositions vraies, pourvu que nous sachions qu'elles sont prises pour fausses? Non, car une proposition est vraie quand il en est comme on l'affirme dans cette proposition; et par conséquent, si par «*q*» nous voulons dire « non-*q* », et qu'il en est comme nous voulons l'affirmer, alors dans la nouvelle interprétation «*q*» est effectivement vraie et *non* fausse. Mais il est important que nous *puissions* vouloir dire la même chose par «*q*» et non-*q*, car cela montre qu'aucune caractéristique de la dénotation de «*q*» ne correspond au symbole « non », ni à la façon dont il est combiné à «*q*» (Wittgenstein, 2005 p.172)

La nécessaire présence d'un espace *du sens* – un *uni-vers* de la vérité/fausseté – *avant* qu'un quelconque avènement du faux ne sanctionne nos projections erronées, exige que nous ayons la puissance de dire-la-même-chose [la puissance de la *tauto-logie*] soit en nous servant de la représentation *q*, soit de sa représentation contraire *non-q*, et ce présupposé nécessaire se manifeste justement dans la surprise finale du nourrisson, laquelle *retrospectivement* nous fait comprendre qu'en s'attendant à *q* le bébé était par la même prêt à accueillir aussi, et en même temps, le sens de non-*q*. La traduction wittgensteinienne de l'attention de l'enfant, une fois qu'elle a été attirée sur la scène vide (« look here ! ») sera donc : "Un fait aura lieu dans l'espace logique de cet *empty stage*", tandis que son expression symbolique aura l'aspect du *jugement synthétique a priori* :  $q \vee \neg q$

Donc, s'il est bien vrai que : « Adulte, nous donnons un sens et nous mettons de l'ordre dans notre expérience du monde physique, en organisant celui-ci en objets » (Spelke cit.p.67), il est

préalablement –*a priori*– vrai que notre expérience du sens est l'expérience de la forme logique du monde, en sa représentation, et selon cette intuition kantienne de la représentation logique, la *tauto-logie* s'avère traduire un Principe physico/dynamique de Projection et Conservation du Sens<sup>xvi</sup>, étant donné le phénomène galiléen d'une conscience humaine qui s'étonne devant le monde.

Cette idée de la logique comme forme et force immanente du monde-en-sa-représentation (*aucun* autre monde ne nous est donné!) est en mesure de répondre à l'objection de Spelke&Kestenbaum aux limites que la théorie quinéenne révèle face à l'évidence d'une idée d'objet qui est efficace avant toute organisation langagière :

Pour Quine les fondements des concepts d'objets sont à chercher dans le langage (rôle de la fonction référentielle, et expression des systèmes de relations, quantification et identité entre autres). Il est clair qu'un bébé de 4 mois n'est pas un organisme sans expérience. Néanmoins [...] des années passeront avant qu'il soit capable d'utiliser le langage pour exprimer la quantification et l'identité (Spelke, cit.p.72).

Si l'*objet fondamental* de la représentation est l'unité de sens – *die Tatsache* – alors il faut inverser le rapport, et comprendre l'objet physique comme un fruit – un *phénomène* – jaillissant de cette même racine purement logique et intentionnelle, d'où l'enfant tire la force de *conserver* l'identité/sens de ce qu'il voit, car il a préalablement eu la force de la *projeter*.

Le *logicisme* qui inspire la perspective opératoire de Piaget, incarne en effet cette exigence qu'une forme logique unitaire de catégorisation/classification soit à la source de toute conservation et de toute évolution des données phénoménales (quantitatives et mesurables) offertes à la conscience par le monde qui l'entoure, mais nous pouvons écouter la limite expérimentale de la démarche piagétienne dans les mots qu'il utilise pour parler de l'avènement génétique du moment final de l'*axiomatisation* :

Si l'axiomatisation s'appuie sur certains procédés d'abstraction réfléchissante, elle y ajoute une liberté de manoeuvre toujours plus grande [...] En synthèse, du point de vue génétique la formalisation constitue un prolongement des abstractions réfléchissantes qui sont déjà à l'oeuvre dans le développement de la pensée ; celle-ci, grâce aux spécialisations et aux généralisations dont elle s'empare, acquiert une liberté et une fécondité combinatoire qui dépasse largement et de tous les côtés les limites de la pensée naturelle, selon un processus analogue à celui grâce auquel les possibles arrivent à illuminer le réel. (Piaget, 1993 p.76 Ma trad.)

Les mots « prolonger » ou « dépasser de tous les côtés » sont ici trop approximatifs, et en conséquence Piaget arrive sur « le problème centrale du développement cognitif » avec un élan trop faible.

Si les « possibles » peuvent *illuminer* le réel, ils doivent avoir la *puissance* de le faire. Or la pensée naturelle d'un enfant qui doit encore apprendre à lire rencontre une limite formellement distincte face aux graphèmes **l 2 3, a b c** ... qui sont le point de départ incontournable de toute axiomatisation. Analogiquement, dès que le sujet qui a appris à lire – en passant de la sorte du *stade 0* au *stade 1* – apprend les additions (*stade 2*) ce troisième stade *transcende* les deux premiers de même que la troisième dimension de l'espace *transcende* la première et la deuxième : elle ne se borne pas à les « dépasser de tous cotés ». Si donc le sujet est porteur de la possibilité d' *illuminer* un graphème en en faisant un nombre, et d'illuminer le nombre en le transformant en une évidence, et d'illuminer une évidence en en faisant une méthode expérimentale (*stade 3*) nous devons décrire cette *puissance d'illumination* d'une façon autant rigoureuse que ce fruit éminent – les évidences

mathématico/expérimentales – est lumineusement rigoureux, et du point de vu mathématique la suite I)stade<sub>0</sub>→II)stade<sub>1</sub>→III)stade<sub>2</sub>→IV)stade<sub>3</sub> ainsi envisagé, est une progression de puissance qui conduit d'une dimension à la dimension suivante. Or c'est la nécessité de *présupposer* une telle puissance (= « compétence ») qui soulève la question *centrale* du développement cognitif, que Piaget n'arrive pas à résoudre :

Au début il n'y a donc pas le stimulus, mais la sensibilité au stimulus, et celle-ci dépend naturellement de la capacité de donner une réponse. Le schéma ne doit donc pas être écrit comme  $S \rightarrow R$ , mais comme  $S \leftarrow R$ , ou mieux comme  $S(A)R$ , où A est l'assimilation du stimulus à un certain schéma de réaction, qui est la source de la réponse. Cette modification du schéma  $S \rightarrow R$  ne vient pas d'une simple question de précision ou de conceptualisation théorique; elle soulève plutôt ce qui nous apparaît comme *le problème central du développement cognitif*. Dans la perspective exclusivement lamarckienne du béhaviourisme, la réponse n'est qu'une espèce de copie fonctionnelle (Hull) des séquences propre aux stimulus, et donc elle est une simple réplique au stimulus; la conséquence en est que le processus fondamental d'acquisition est l'apprentissage conçu sur le modèle empiriste de la registration des données extérieures. Si cela était vrai, il s'en suivrait que le développement dans son ensemble devrait être conçu comme le résultat d'une série d'apprentissages ainsi interprétés. A l'opposé, si le fait fondamental initial est la capacité de fournir des réponses, et donc la compétence, il en résulterait inversement que l'apprentissage ne serait pas le même aux différents niveaux de développement (ce qui est déjà prouvé par les expériences de B.Inhelder, H.Sinclair et M.Bovet), et qu'il dépendrait de l'évolution des compétences. *Le vrai problème serait alors d'expliquer ce développement*, et l'apprentissage dans le sens classique du terme ne serait pas suffisant, pas plus que le lamarckisme ne soit arrivé à rendre raison de l'évolution (Piaget,1993 p.63-64 Ma trad. ; mon italique)

Pour donner raison du fait de l'évolution des formes de la cognition, Piaget pose comme « fait fondamental initial » la présence d'une *compétence*, qui doit pouvoir expliquer le fait logique que l'apprentissage « n'est pas le même aux différents niveaux de développement ». Autrement dit, *une même* structure possède la capacité de parcourir toutes les phases d'un même processus – le processus de l'apprentissage – dont la conformation structurelle change de phase en phase, c'est-à-dire (à la rigueur) d'instant en instant, sans jamais être identique à elle-même. Ceci est « le problème central du développement cognitif » : l'identité d'une structure sous-jacente à la totalité d'un processus, dans lequel *rien ne se présente* comme identique. La réponse de Piaget est le schéma  $S(A)R$ , mais il ressent et déclare que cette formule n'arrive à clarifier le rapports qui subsistent entre la pensée naturelle et les évidences formelles des sciences apriori<sup>xvii</sup>.

En réalité, Piaget commet ici le même erreur que dans le cas de sa balance logique : d'un côté il sort du domaine de la représentation – qui est *rigoureusement* l'unique horizon où nous puissions détecter des « possibles » (*capables d'illuminer la réalité*), des « nécessaires », et des « impossibles » – car il propose la « pensée naturelle » comme la capacité de donner des réponses à des stimuli qui possèdent déjà une identité, et non pas comme la puissance de *projeter un sens* sur la scène vide d'un monde – et d' un *sujet* – qui en conséquence en acquièrent une ; de l'autre coté il cherche l'*identité* de l'*opération même* qui organise ces « possibles » parmi les éléments partiels qui en composent la configuration de surface (comme il le fait avec les deux plats de la balance). Voyons.

Pour concevoir la naissance de la pensée formelle, Piaget doit intégrer à la fonction  $S(A)R$  la notion d'une *compétence* capable – le moment venu – de transformer des graphèmes en une suite de symboles comme  $1+1=2$ , et ces symboles doivent savoir garder leur propre identité le long du temps pendant lequel nous lisons  $1+1=2$ . Le sujet opératoire sous-jacent à  $S(A)R$  a donc la capacité de saisir un objet perceptif en en conservant l'identité symbolique et la conformation opératoire, et donc – nécessairement – en conservant *sa propre* identité, le long de l'*opération*  $1+1=2$ , que Piaget appelle « expérience logico/mathématique » :

Aux niveaux élémentaires, toute connaissance commence avec l'expérience, mais nous pouvons distinguer dès le début les expériences physiques, dues à des abstractions tirées de l'objet, et les expériences logico/mathématiques, dues à des abstractions réfléchissantes tirées des coordinations entre les actions du sujet (comme imposer un ordre aux objets, ou le modifier pour vérifier  $2+3=3+2$ ). En conséquence, la prétendue « tautologie » qui caractérise la logique, est certainement fondée lorsqu'il s'agit de fixer une propriété « toujours vraie » de certaines opérations, mais le « toujours vraie » ne se réduit pas à une identité, parce qu'il peut bien résulter d'une combinatoire, qui est un processus tant de diversifications que d'identifications. En outre, tout système axiomatisé s'appuie sur des axiomes dont les trois conditions de choix sont : être suffisants, compatibles entre eux, et complètement distincts, c'est à dire non tautologiques l'un par rapport à l'autre (Piaget, 1993 p.79. Ma trad.)

Or on voit que Piaget considère ici l'attribution d'une identité (la « prétendue tautologie ») comme rien que *l'un* des objets partiels, internes à l'expérience logico/mathématique  $2+3=3+2$ , mais il est évident que lorsque il affirme que « toujours vraie ne se réduit pas à l'identité, parce qu'il peut résulter d'une combinatoire, qui est un processus tant de diversifications que d'identification » il ne fait en réalité que soulever la question de *l'identité de la combinatoire même*, en sa totalité (la balance entière) internement structurée selon un certain cadre d'identifications/diversifications (les rotations des deux plats). Pour combiner quoi que ce soit – et *faire expérience* de cette opération – le sujet combinatoire doit nécessairement garder l'identité de son processus opératoire, et c'est justement la présence d'un toujours identique *argument* dans le moindre énoncé mathématique – c'est à dire la présence d'un même et identique discours mathématique – qui impose avec évidence la présence d'une capacité de dire *toujours la même chose* (tauto-logie) e non pas essentiellement de *dire quelque chose de toujours vrai*.

L'enfant qui transforme le graphème en nombre, le nombre en évidence etc. ne fait rien de *déjà vrai* : il applique plutôt sa puissance de projeter et garder un nouveau sens, avant toute vérité/fausseté *internes* à son résultat achevé, et cette puissance est précisément celle qui permet à ce même enfant de saisir le vide événementiel d'un petit théâtre, en engendrant de la sorte son premier étonnement devant le monde. Cette *primauté du sens* permet de résoudre tous les problèmes soulevés.

En refusant la « prétendue tautologie » Piaget refuse en même temps cette troisième dimension logique, exigée par toute cinématique opératoire, et qui est la dimension d'où jaillit la "force tauto-logique" comme *pure* puissance de projection/conservation du sens. Or ce "repoussement" a des raisons idéologiques, importantes :

Un point de convergence [entre Piaget et la *Gestaltpsychologie*] est le repoussement de toute faculté et de toute force spéciale d'organisation. [...] Nous sympathisons avec l'effort de la *Gestaltpsychologie* de trouver les racines de structures intellectuelles dans les processus biologiques conçus comme des systèmes de relations et non pas comme l'expression de forces substantielles (Piaget, 1991 p.373)

Son hostilité [neo]-positiviste contre toute forme de consistance selon la catégorie de la *réalité substantielle*, a interdit à Piaget toute possible lecture *dynamique* des phénomènes *logiques* observés. En réalité, ni un processus biologique ni un procédé algébrique ne peuvent "être" des « systèmes de relations » parce que rien dans la science représentationnelle des phénomènes ne peut *être* quoi que ce soit. En plus, il s'agit justement d'un *processus*, et l'unité d'un processus *peut* être dite *dynamique*, et



donc on peut/doit parler d'une *force*, s'il lui correspond une forme mathématique qui a) soit complètement intégrée dans le système de relations réalisé par le processus même et b) soit placé sur un niveau structurel irréductible au niveau auquel ce processus se manifeste, et ceci est en effet le cas de la dimension *tauto-logique* des mathématiques.

Pour accepter cette perspective *inconditionnement* expérimentale, il faut savoir accepter une affirmation comme « *La logique est transcendantale* » (Wittgenstein, *Tractatus* 6.13), et chez Piaget il n'y avait pas cette disponibilité : ni la *logistique* de Russell, ni la *philosophie analytique* de Quine, ni son *épistémologie génétique* ont voulu assumer la tâche d'une philosophie authentiquement *critique*, à savoir réellement capable de ce silence galiléen qui, seul, peut neutraliser dès le premier instant toute métaphysique – passée, présente ou future – qui prétende saisir le monde en dehors de sa représentation.

## Bibliographie

## Bibliography

- Baillargeon, R., Spelke E.S. & Waeserman S. (1985) Object permanence in 5 months old infant, *Cognition*, 20(3), 191-208
- Baillargeon, R. (1994). How do infants learn about the physical world? *Current Directions in Psychological Science*, 3, 133-140.
- Carey, S. (2002) « Les discontinuités au cours du développement conceptuel, sont-elles possibles ? » dans Dupoux, E. (2002)
- Xu, F. & Carey, S. (1996) "Infants' Metaphysics: The Case of Numerical Identity", *Cognitive Psychology* 30 111-153
- Dehaene, S. (1997) *La bosse des maths*, Paris : Odile Jacob
- Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R., et Tsivlin, S. (1999), « Sources of mathematical thinking : behavioural and brain imaging evidence », *Science*, vol. 284, no 5416
- Dehaene, S. & Changeux, (.....) J.P. « Pensée logico-mathématique et modèles neuronaux des fonctions cognitives. L'exemple des capacités numériques. » en AA.VV. *Pensée logico-mathématique. Nouveaux objets interdisciplinaires*, PUF
- Dupoux, E. (2002) (sous la direction de), *Les langages du cerveau*, Paris : Odile Jacob
- Galilei, G. *Dialogue sur les grands systèmes du monde*, Paris: Editions du seuil (1992)
- Gelman, R. & Gallistel C.R. (1978). *The child's understanding of number*, Cambridge, Mass: Harvard University Press.
- Gelman, R. & Cordes, S. (2002) « La capacité de compter chez l'animal et chez l'être humain » dans Dupoux, E. (2002)
- Kant, I. (1787) *Critique de la Raison Pure*, Paris : Gallimard, 1980
- Kant, I. (1763) *Essai pour introduire en philosophie le concept des grandeurs négatives*, Paris : Vrin, 1997
- Kant, I. (1783) *Prolégomènes à toute métaphysique future qui pourra se présenter comme science*, Paris : Vrin ...
- Meeler, J. & Brevier, T.G (1967) "Cognitive capacity of very young children", *Science*, 158, 141-142
- Meeler, J. & Brevier, T.G, (1969) Reply by J. Mehler and T.G. Bever, *Science* 162, 979-980
- OCDE (2002) *Comprendre le cerveau. VERS UNE NOUVELLE SCIENCE DE L'APPRENTISSAGE*, OCDE
- OCDE (2007) *Comprendre le cerveau. NAISSANCE D'UNE SCIENCE DE L'APPRENTISSAGE*, OCDE
- Piaget, J. (1924) *Le jugement et le raisonnement chez l'enfant*, Neuchâtel: Delachaux & Niestlé
- Piaget, J. (1923) *Le langage et la pensée chez l'enfant* Neuchâtel: Delachaux & Niestlé

- Piaget,J. (1926) *La représentation du monde chez l'enfant*, Neuchâtel: Delachaux &Niestlé
- Piaget,J. & Szeminska,A. (1941a) *La genèse du nombre chez l'enfant*, Neuchâtel-Paris : Delachaux &Niestlé
- Piaget,J. & Inhelder,B., (1941b) *Le développement des quantités physiques chez l'enfant (Conservation et Atomisme)*, Neuchâtel-Paris : Delachaux &Niestlé
- Piaget,J.(1993) *L'epistemologia genetica*, Bari: Laterza
- Piaget J. (1991) *La nascita dell'intelligenza nel fanciullo*, Firenze: Giunti
- Piaget J. (1979) « Il meccanismo dello sviluppo mentale », in *Cibernetica e strutture operatorie del pensiero*, Torino: Loescher
- Platon (1983) *Phédon*, Les Belles Lettres : Paris
- Spelke, E.S., & Kestenbaum, R. (1986) « Les origines du concept d'object ». *Psychologie Francaise*, 31, 67–72.
- Wittgenstein,L. (2005) *Carnets 1914-1916*, Paris : Gallimard
- Wittgenstein,L. (1983) *Tractatus Logico-Philosophicus*, Paris:Gallimard
- Wynn,K. (1990) "Children understading of counting", *Cognition*, 36, 155-193
- Winn,K. (1992a) "Addition and soustraction by human infants" *Nature*, 358, 749-750
- Winn,K. (1992b) "Children's acquisition of the number words and the counting system", *Cognitive Psychology*, 24, 220-251
- Wynn,K (1995) "Origin of numerical knowledge", *Mathematical Cognition*, 1, 36-60

<sup>i</sup> J'ai réalisé moi-même le dessin en remplaçant avec un bâton jaune le pantin de l'original.

<sup>ii</sup> Dehaene (1997) p.33

<sup>iii</sup> Des remarques historiques s'imposent sur la provenance de mon idée d'une Dynamique de la Représentation, et donc de l'erreur. La première est sur la dynamique **galiléenne** comme dimension de profondeur du phénomène physique, et de l'*instant* comme notion interne à cette perspective. La deuxième concerne l'élaboration **kantienne** d'une théorie représentationnelle du zero (*nihil privativum representabile*) et d'une théorie vectorielle de l'erreur comme « absence représentable ». Quant à **Wittgenstein** comme héritier de cette même intuition physique de la vérité et de la représentation cf. §4 et ci-dessous, note 16.

**1) Chez Galilée**, l'intuition dynamique du mouvement engendre la pénétration de l'esprit dans la dimension expérimentale-et-mathématisable - *mais aucunement perceptible* - de l'*instant*, conçu comme ce lieu du temps par lequel l'entité en mouvement doit nécessairement passer (étant donné les phénomènes et leurs conditions d'identifiabilité) sans pourtant s'y arrêter... *même-pas-pour-un-instant (sans que le mobiles'attarde en aucun d'entre eux)*. Seulement avec l'ouverture de cet espace de profondeur purement dynamique, le scientifique peut rendre compte des phénomènes cinématiques le plus communs, tels l'accélération d'un corps en chute qui part d'un état quiétude, où son arrêt instantané lorsque il arrive par terre:

« Si je comprends bien votre façon de raisonner, la principale difficulté pour vous, porte sur cette nécessité où est le mobile de passer en un temps donné, fût-il très bref, par l'infinité des degrés de lenteur qui précèdent le degré de vitesse qu'il aura acquis dans ce temps; je vais donc chercher, avant d'en venir à autre chose, à écarter cette difficulté; ce devrait être facile, si je vous répons que le mobile passe par tous ces degrés mais que le passage se fait sans que le mobile ne s'attarde en aucun d'entre eux; ainsi, le passage ne prenant pas plus d'un instant et un temps, si court soit-il, contenant une infinité d'instant, il n'en manquera pas pour qu'on puisse en assigner un à chacun des degrés de lenteur, en nombre infini, et cela en un temps aussi bref que l'on veut» (Galilée p.58)

Cette même structure logique, mathématique et expérimentale peut s'appliquer au cas des mouvements représentationnels. L'apparition instantanée d'une certaine cinématique mentale (la saisie d'une opération et de son résultat) peut certainement être conçue comme la manifestation phénoménale d'un processus dynamique sous-jacent, tout à fait isomorphe à celui que nous attribuons à une pomme qui s'écrase au sol après avoir parcouru la parabole accélérative-et-instantanément-décéléralive de sa chute qui, malgré les prétentions de notre imagination, *doit* passer par tous les lieux/degrés successifs de sa vitesse, en partant de 0, pour re-arriver (instantanément) à 0. De cette même façon, nous pouvons penser à la perception instantanée-et-simultanée du sens mathématique d'une expression comme  $1+1=1$  comme à l'expression cinématique d'une accélération qui, tout en passant *devant* la réalité impossible ainsi représentée, « ne s'y attarde » même-pas-pour-un-instant.

**2) Kant** – qui se propose explicitement comme l'héritier en métaphysique de la lumière que Galilée avait projeté sur la physique (1787 BIII) – construit sa notion de l'erreur comme *représentabilité du Rien* en deux moment-clé de sa pensée. Le premier est celui de la création de la notion générale (dynamico/philosophique) du zero comme *nihil privativum representabile* :

« La force motrice d'un corps tendant vers un certain point et un pareil effort de ce corps pour se mouvoir en direction opposé ne se contredisent pas, et sont en même temps possibles comme prédicats dans une même corps. La conséquence en est le repos, qui est quelque chose (repraesentabile). Mais nous avons affaire à une véritable opposition : une tendance supprime l'effet réel de l'autre ; les deux tendances sont des vrais prédicats d'un seul corps et s'y rapportent en même temps. La conséquence en est également Rien, mais en un autre sens que dans la contradiction (*nihil privativum repraesentabile*). Convenons d'appeler désormais ce Rien=0. Il a le sens de la négation (*negatio*), de défaut, d'absence, mots fréquemment employés par le philosophes, mais avec une détermination plus précise. » (Kant, 1763 p.20)

Le deuxième est au cœur même de la Critique de la Raison Pure, où ce même *nihil privativum* fait son apparition (B348) juste un pas avant le début de cette théorie générale de l'illusion qu'est la *Dialectique Transcendantale*, qui commence justement avec une analyse vectorielle de la formation du jugement erroné, que selon Kant nous devons [nötig ist] considérer comme la déviation diagonale engendrée par l'interaction de deux forces cognitives en opposition :

---

« En effet, la vérité ou l'apparence ne son pas dans l'objet, en tant qu'il est intuitionné, mais dans le jugement que nous portons sur cet objet, tant qu'il est pensé. [...]Conséquemment la vérité aussi bien que l'erreur, et par suite aussi l'apparence, en tant qu'elle induit en erreur, ne se trouvent que dans le jugement, c'est-à-dire que dans le rapport de l'objet à notre entendement. [...] Or comme nous n'avons pas d'autres sources de connaissance que ces deux-là, il s'en suit que l'erreur n'est produite que par l'influence inaperçue de la sensibilité sur l'entendement. [...] Il en est ainsi comme d'un corps en mouvement : par lui-même il suivrait toujours la ligne droite dans la direction qui incline dans un mouvement curviligne quand une autre force agit en même temps sur lui suivant une autre direction. Pour distinguer l'acte propre de l'entendement de la force qui s'y mêle, il sera donc nécessaire de considérer le jugement erronée comme la diagonale entre deux forces [wird es daher nötig sein, das irrige Urteil als die Diagonale zwischen zwei Kräften anzusehen] qui déterminent le jugement suivant deux directions différentes formant ensemble comme un angle, et de résoudre cet effet composé en deux effet simples, l'un de l'entendement, l'autre de la sensibilité (Kant 1787 p.318, B350)

<sup>iv</sup> Spelke & Kestenbaum, 1986, p. 67

<sup>v</sup> *ibid.* p.69

<sup>vi</sup> Citation extraite du site de Christopher E. Lalonde <http://web.uvic.ca/~lalonde/home.html>, dans l'espace dédié à Renée Baillargeon. Selon Spelke et Kestenbaum, l'enfant s'étonne car un objet « ne peut pas passer derrière le premier écran, puis passer derrière le second sans passer entre les deux » : ceci serait un « événement impossible », ainsi qu'il le serait un écran qui « semble se déplacer à travers l'espace occupé par l'objet caché ». De même Selon Xu & Carey « infants understand that objects travel on continuous paths; no object can jump from one point in space to another without passing through the intervening space » ; selon Deaene « il est physiquement impossible qu'il s'agisse du même jouet puisque celui-ci n'aurait pu sortir de derrière l'écran sans que l'enfant le voit », etc.

<sup>vii</sup> « Si par *idée* on signifie une notion qui est explicitée et consciente ou qui peut être énoncée au moyen du langage, nos recherches ne suggèrent pas que les enfants ont des idées au sujet de l'objet physique. [...] mais on peut parler d'idées et de concepts dans un autre sens, à propos d'un organisme qui a la capacité de donner un sens à ses expériences, de telle manière qu'il conçoive le monde comme constitué d'entités munies de propriétés qui ne sont pas seulement sensorielles mais aussi abstraites [...] Nos recherches suggèrent qu'en ce sens les bébés ont aussi une conception de l'objet » Spelke *cit.* p. 72.

<sup>viii</sup> « Notre focalisation sur les objets se traduit dans les a langues naturelles par une tendance à lexicaliser d'une manier simple les objets (une table, un tasse, une cigarette). [...] Notre focalisation sur les objets se révèle aussi dans nos actions. [...] Finalement, et de façon encore plus forte, notre focalisation sur les objets apparaît dans notre expérience perceptive ». Spelke *cit.* p.67

<sup>ix</sup> "We do not here claim that the sortal concept *bounded physical object* is expressed by the English word "object." We do claim, however, that *bounded physical object* functions as a sortal in the adult's conceptual system". (Carey,1996 p.112 -note en bas de page)

<sup>x</sup> Carey (1996) p. 118

<sup>xi</sup> *Ibid.*,ma traduction

<sup>xii</sup> Chiellini, 1981 vol.I p.88.

<sup>xiii</sup> Kant, 1787 p. 79 BXX

<sup>xiv</sup> SALVIATI - *Si je vous disais que l'élan acquis en n'importe quel point du mouvement est suffisant pour reconduire le boulet à la hauteur d' où il est parti, le concéderiez-vous? SAGREDO Sans objection, [...] C'est ce que montre l'expérience : si on prend un poids suspendu à une corde, qu'on l'écarte de la verticale qui est son état de repose et qu'on le laisse aller librement, il descend vers la verticale et la dépasse d'une distance égale à celle qu'il a parcourue, ou d'un peu moins à proportion qu'il est empêché par l'air, la corde ou d'autres obstacles. De même l'eau, quand elle descend dans un siphon remonte d'autant qu'elle était descendue (Galilée, 1632 p. 58-59)*

<sup>xv</sup> *En ce qui concerne la physique pure, on pourrait peut être encore mettre en doute ce point. Mais il n'est besoin que de prêter attention aux diverses propositions qui viennent au début de la physique proprement dite (empirique) comme celle de la permanence de la quantité de matière, de l'inertie, de l'égalité de l'action et de la réaction etc., pour être bientôt convaincu qu'elles constituent une physica pura (ou rationalis) qui mérite bien, comme science spéciale, d'être présentée séparément dans son étendue, qu'elle soit large ou réduite, mais en son entier » (Kant, 1787 p. 79 BXX)*

---

<sup>xvi</sup> Je renvoie à un travail ultérieur la discussion détaillée de ce point crucial, qui est celui de la récupération de sens *dynamique* et *phénoménal* que Wittgenstein a donné à sa kantienne théorie de la tautologie. J'en donne toutefois ici une très brève anticipation, en affirmant que la théorie de la tautologie chez Wittgenstein répond au projet d'un *champ vectoriel de l'énonciation*, structuré sur le modèle général de la relation de A – le parlant – à p – l'énoncé, où cette relation réalise sur le plan opératoire et symbolique l'irréductible réalité tridimensionnelle du *phénomène* de la logique. « A » – le parlant – fait autant partie de l'articulation interne de la proposition, que la force centrale d'un champ électro-magnétique fait partie de la forme que la poudre de fer prend à son intérieur.

*Les noms sont des points, les propositions sont des flèches – elles ont un sens –. Le sens d'une proposition est déterminé par les deux pôles vrai et faux. La forme d'une proposition est comme une ligne droite qui divise tous les points d'un plan entre la droite et la gauche. La ligne le fait automatiquement, la forme de la proposition le fait seulement par convention [...] Quand nous disons « A croit p » on a l'impression, il est vrai, que nous pourrions ici remplacer p par un nom propre. Mais nous pouvons voir qu'il s'agit ici d'un sens, non d'une signification, si nous disons « A croit que p est vrai » ; et afin de rendre la direction de p encore plus explicite, nous pourrions dire « A croit que p est vraie et que non-p est fausse ». La bi-polarité de p est alors exprimée et il semble que nous serons en état d'exprimer correctement la proposition « A croit p » seulement avec la ab-notation, en établissant, par exemple, une relation entre A et les pôles a e b de a-p-b. Les questions épistémologiques concernant la nature du jugement et de la croyance ne peuvent pas se résoudre sans comprendre la forme de la proposition. Wittgenstein, Notes sur la Logique 1913, (1995, p.176)*

Dans ce modèle, la théorie de la *tauto-logie* représente la position d'un Principe dynamique de *Conservation du même Sens*, ainsi qu'en physique les différents principes de conservation (de p, de q, de L...) répondent à l'exigence logique de la permanence de l'objet de nos mesurations.

<sup>xvii</sup> ...trois problèmes fondamentaux restent à résoudre, que l'étude génétique n'est pas en mesure de clarifier : 1) quels sont les rapports entre les processus de la formalisation et ceux de la pensée naturelle ? ; 2) de quoi la logique est-elle une formalisation ? ; 3) pourquoi la logique subit les limites montrés par Goedel ? (Piaget, 1993 p.78 Ma trad.)