

DEUX AILES POUR SORTIR DE LA CAVERNE : L'AILE DES NOMBRES

Cours du 15/10/2012

Histoire-géographie - « L'essor d'un nouvel esprit scientifique et technique (XVI^{ème}-XVII^{ème} siècle) », **Mathématiques** - « La variété des signes (symboles, graphes, images, courbes, etc.) et leurs fonctions », en relation avec « Notations et raisonnement mathématiques »

Lors du dernier cours, nous avons commencé à entendre et ressentir le *rythme général de la pensée philosophique*.

- 1) **Premier temps** : nous pensons *connaître* suffisamment les choses qui nous « connues » (**THESE**).
- 2) **Deuxième temps** : quelque chose se passe, qui nous fait prendre conscience que non... il y a en effet au cœur même de ces soi disant « choses connues » quelque chose qui cloche décidément... (**ANTITHESE** : remise en question radicale de tout ce qui auparavant nous paraissait connu)
- 3) **Troisième temps**: nous nous mettons à la recherche d'un nouveau fondement de notre vieux monde (**RECHERCHE**)
- 4) **Quatrième temps** : une fois ce fondement trouvé, nous revenons aux bonnes vieilles choses connues soudainement devenues inconnues, pour en bâtir une vraie Connaissance, enfin réellement fondée et solide (**SYNTHESE**)

Nous avons aussi entendu le récit de Socrate à propos de son expérience de l' « antithèse » : Apollon en personne le pousse à un certain moment à se demander si les « connaissances » que les soi disant savant de sa communauté étaient vraiment dignes de ce nom. Et bien non! ... rien que des « idoles », des apparences trompeuses d'une Connaissance qui de sa part n'était pas au RDV..., et qui ne se nourrissaient que d'une renommée dépourvue de toute vérité. L'un des résultats de cette prise de conscience, et de la recherche qui s'en suit, est le célèbre Mythe de la Caverne, où la Cité s'avère être un cachot souterrain où des prisonniers enchaînés *depuis l'enfance*, et ne se rendent pas compte que tout ce qu'ils pensent connaître ne sont que des ombres qui parlent avec des voix qui ne sont pas les leurs...

Descartes aussi insiste sur ce point : *depuis l'enfance*. Cette Ignorance de départ est pour lui aussi incontournable que le fait même d'avoir été des enfants :

« Comme nous avons été enfants avant que d'être hommes et que nous avons jugé tantôt bien et tantôt mal des choses qui se sont présentées à nos sens lorsque nous n'avions pas encore l'usage entier de notre raison, **plusieurs jugements ainsi précipités nous empêchent de parvenir à la connaissance de la vérité**, et nous préviennent de telle sorte qu'il n'y a point d'apparence que nous puissions nous en délivrer, si nous n'entreprenons de douter une fois en notre vie de toutes les choses où nous trouverons le moindre soupçon d'incertitude. [*Principes de la Philosophie*, 1,1]

« Il y a déjà quelque temps que je me suis aperçu que, dès mes premières années, j'avais reçu quantité de fausses opinions pour véritables, et que ce que j'ai depuis fondé sur des principes si mal assurés, ne pouvait être que fort douteux et incertain; de façon qu'il me fallait entreprendre sérieusement une fois en ma vie de me défaire de toutes les opinions que j'avais reçues jusques alors en ma créance, et commencer tout de nouveau dès les fondements, si je voulais établir quelque chose de ferme et de constant dans les sciences [*Méditations Philosophiques*] »

... et nous avons aussi écouté les mots de sa peur et de son angoisse lorsqu'il s'agirait de *grandir* : « mais ce dessein est pénible et laborieux, et une certaine paresse m'entraîne insensiblement dans le train de ma vie ordinaire. Et tout de même qu'un esclave qui jouissait dans le sommeil d'une liberté imaginaire, lorsqu'il commence à soupçonner que sa liberté n'est qu'un songe, craint d'être réveillé... ».

Descartes nous parle donc comme si lui-même était l'un des prisonniers du cachot de Platon, et il nous raconte ensuite l'histoire de son auto-libération, qui elle aussi a un point fondamental en commun avec le chemin « dur et escarpé » qui dans le récit de la Caverne est le seul qui peut nous conduire au Soleil de la Vérité et de la Connaissance. Quel est ce point fondamental ?

Ce point est l'un des plus profonds, intéressants et énigmatiques que la pensée humaine ait jamais rencontré sur son chemin, à savoir le fait **d'arriver à douter des évidences les plus assurées et certaines** que nous puissions imaginer : celles des mathématiques.

« Peut-être que de là nous ne concluons pas mal, si nous disons que **l'arithmétique, la géométrie, et les autres sciences de cette nature**, qui ne traitent que de choses fort simples et fort générales, sans se mettre beaucoup en peine si elles sont dans la nature, ou si elles n'y sont pas, contiennent quelque chose de certain et d'indubitable. Car, **soit que je veille ou que je dorme, deux et trois joints ensemble formeront toujours le nombre de cinq**, et le carré n'aura jamais plus de quatre côtés; et il ne semble pas possible que des vérités si apparentes puissent être soupçonnées d'aucune fausseté ou d'incertitude.

Toutefois il y a longtemps que j'ai dans mon esprit une certaine opinion, qu'il y a un Dieu qui peut tout, et par qui j'ai été créé et produit tel que je suis. Et [...] **il se peut faire qu'il ait voulu que je me trompe toutes les fois que je fais l'addition de deux et de trois, ou que je nombre les côtés d'un**

carré, ou que je juge de quelque chose encore plus facile, si l'on se peut imaginer rien de plus facile que cela »

« Et bien, dit Socrate, je suis loin, par Zeus, de croire que je connais la cause de ces choses, moi qui n'accepte même pas de dire, quand à une unité on ajoute une unité, si c'est l'unité qui a subi une adjonction qui est devenue deux, ou si c'est l'unité ajoutée et celle à laquelle on l'a ajoutée qui, du fait de l'adjonction de l'une à l'autre, sont devenues deux. Je m'étonne en effet de ceci : quand chacune était à part de l'autre, chacune était bien une, il n'y avait pas alors de deux ; mais quand elles se sont rapprochées, la cause de production du deux s'est produite en elles, c'est-à-dire la rencontre, qui vient du fait d'être rapprochées. » [Platon, *Phéd.* : 100^e.]

Or nous devons bien avouer que cette façon de **douter de $2+3=5$ et de $1+1=2$** nous paraît comme tout à fait artificieuse et incompréhensible, et que nous aurions raison de ne pas insister dans la lecture si nous ne savions pas que Socrate a été le maître de Platon, donc d'Aristote, donc d'Euclide, c'est à dire du fondateur même des Mathématiques telles que nous les connaissons, et que de sa part Descartes n'est rien de moins que le créateur de la Géométrie Analytique (l'axe des abscisse et de l'ordonnée, s'appelles « coordonnées cartésiennes » pour cette raison.

Bref, ce n'est que ce genre de doutes, si apparemment abstraits et incompréhensibles, qui sont à l'origine de la totalité de nos connaissances scientifiques... et c'est bien pour cette raison que tout le programme d'éducation proposé par Platon comme système pour sortir de la Caverne se base sur une pratique des sciences mathématiques *expressément destinée à mettre en échec* la compréhension ordinaire que nous avons des leurs vérités les plus élémentaires et apparemment connues.

Il s'agit dès lors de comprendre :

(1) comment peut-on...que cela signifie enfin que révoquer en *doute* – remettre en question – une vérité comme « $1+1=2$ »

(2) comment se fait-il qu'une des telles circonstances peut être porteuse des plus grandes découvertes scientifiques.

En effet, si le doute de Socrate sur $1+1=2$ a engendré rien de moins que les **mathématiques euclidiennes**, et que de celui de Descartes sur $2+3=5$ sont nées toutes les **mathématiques modernes**, ce n'est pas étonnant que la **Physique** telle que nous la connaissons aujourd'hui doive sa naissance à la perplexité d'un homme – Galileo Galilei – qui n'arrivait pas à s'expliquer un phénomène aussi banal que l'oscillation d'un encensoir dans une église, et que l'**Astrophysique** moderne s'enracine dans les méditations de Isaac Newton autour du grand mystère de la... chute d'une pomme !



Galileo Galilei et Isaac Newton ont des doutes qui nous remettent en question...