

## Extrait de

### JEAN PIAGET – LA GENÈSE DU NOMBRE CHEZ L'ENFANT (1941)

#### DEUXIEME PARTIE - LA CORRESPONDANCE TERME A TERME CARDINALE ET ORDINALE

#### § 2. LA CORRESPONDANCE ENTRE LES FLEURS ET LES VASES, OU ENTRE LES OEUFS ET LES COQUETIERS.

##### I - Le premier stade : comparaison globale sans correspondance terme à terme ni équivalence durable.

« Quant aux œufs et aux coquetiers, voici trois exemples de réactions de ce stade, dont les plus primitives ne parviennent même pas (pas plus que celle de Fum pour les fleurs) à l'idée d'un retour nécessaire à la situation initiale :

**Fra** (4 ; 3): « Prends juste assez d'œufs pour les coquetiers, pas plus et pas moins, un œuf pour chaque coquetier. — (L'enfant construit une rangée de même longueur, mais contenant beaucoup trop d'œufs.)

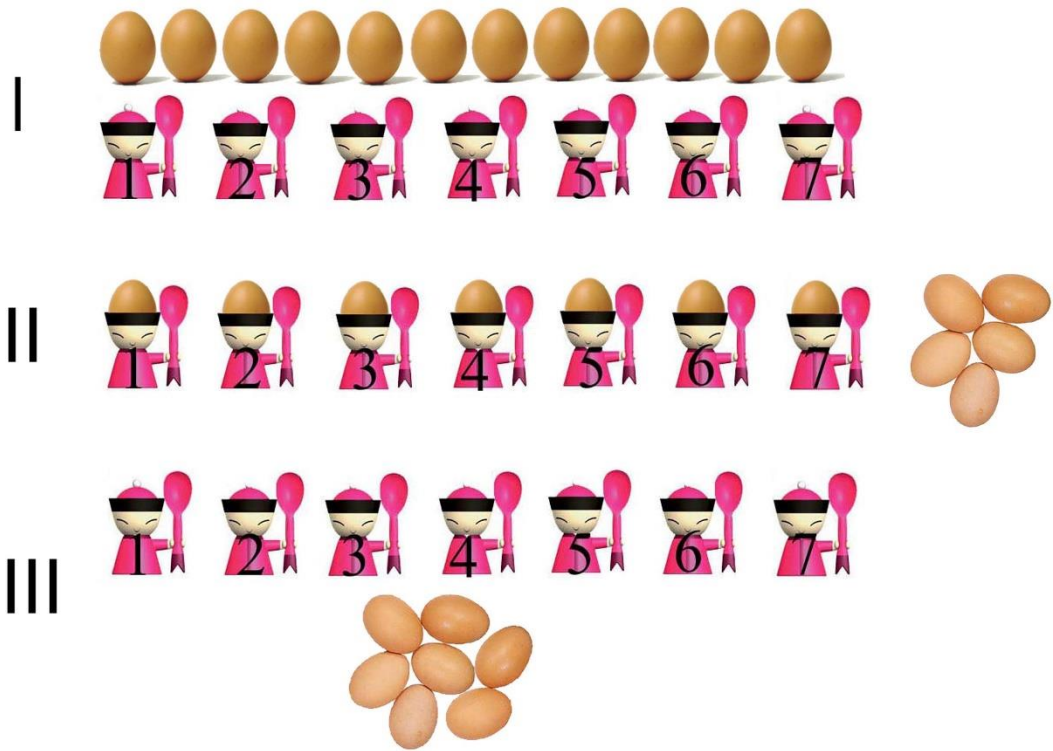
C'est la même chose d'œufs et de coquetiers? — Oui. — Alors mets les œufs pour voir si c'est juste. (Il le fait.) — C'était la même chose? — Non. — Et maintenant? — Oui (il enlève le surplus). — Alors on va sortir tous les œufs (on les met en tas devant les coquetiers). C'est maintenant la même chose? — Non. — Pourquoi? — Il y a plus de coquetiers. — Y a-t-il assez d'œufs pour les coquetiers? — Je ne sais pas. (On serre les coquetiers et on répand les œufs.) — Regarde. Et maintenant, il y a la même chose d'œufs et de coquetiers? — Non, il y a plus d'œufs. — Y a-t-il assez de coquetiers pour ces œufs? — Non. Je ne sais pas.»

**Zu** (4 ; 9), de même, commence par mettre devant les coquetiers une rangée serrée d'œufs, mais de même longueur. Puis il met les œufs dans les coquetiers, en écartant le surplus. Après quoi, il sort lui-même les œufs qu'il place devant les coquetiers, en tas : « C'est la même chose d'œufs et de coquetiers? — *Non, li y a beaucoup de coquetiers et moins d'œufs.* — Il y a assez d'œufs pour les coquetiers? — *Non.* » On enlève alors tous les œufs et (pour 7 coquetiers) on en remet 4 seulement, en ligne très espacée : « Est-ce qu'il y a assez d'œufs pour ces coquetiers? — Oui (la longueur des rangées est la même). — Mets-les toi-même, pour voir. — (Il les met et paraît très surpris qu'il en manque.) — Et maintenant y a-t-il la même chose (on a enlevé les 4 œufs et placé devant les 7 coquetiers une rangée de même longueur mais formée de 12 œufs). — *Oui.* — Tout à fait? — *Oui.* — Si on les met dans les coquetiers, est-ce qu'il en restera? — *Non, ils vont tous dedans.* — Essaie. — (Il est à nouveau très surpris) : *Il y en a encore qui restent!* » Avec 3 œufs seulement, très espacés, pour 7 coquetiers, Zu répond bien « // restera des vides coquetiers », mais avec 5 œufs espacés il croit à nouveau qu'il y aura correspondance exacte ! [71]

On voit que ces enfants ne parviennent pas d'eux-mêmes à la correspondance terme à terme et ne la découvriront même pas s'ils n'y étaient contraints par les relations de contenant à contenu que les vases soutiennent avec les fleurs et les coquetiers avec les œufs. Quant à l'équivalence des deux ensembles, on constate qu'elle est entièrement fondée sur la comparaison perceptive des longueurs des rangées: il suffit, en effet, de serrer ou d'espacer les éléments de l'une des deux collections pour qu'elle ne soit plus conçue comme équivalente à l'autre »

*Ci de suite (page suivante) une représentation graphique (de moi) des situations perceptives dans lesquelles se trouvent Fra et Zu + le paragraphe de ma thèse où j'explique l'analogie entre les erreurs de ces enfants et la vision cantorienne de l'Infini.*

(Sur tout cela, voir mon *La genèse des mathématiques et la puissance dynamique du mental humain* » (Thèse, 2011) DEUXIÈME PARTIE – REORIENTER LE DEVELOPPEMENT <http://www.eironeia.eu/vidéo7.html>)



- C'est la même chose d'œufs et de coquetiers?  
- Non



Il y a assez d'œufs pour ces coquetiers?  
Oui



### 7.4.3 Deuxième évidence. Les coquetiers transfinis de Zu et Fur

Nous avons vu ((64-5)) que dans le monde *verbal* et *perceptif* de Zu et Fur, Zu compte *un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept* coquetiers, et *un, deux, trois, quatre* œufs et il en conclut que sept et quatre sont « le même nombre » ; réciproquement, lorsque Fur compte *un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept* fleurs, et *un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept* monnaies, il en conclut que sept et sept *ne sont pas* le même nombre. « Et cela est véritablement impressionnant » en conclut Piaget, tandis qu'à l'opposé, tant Zu que Fur s'étonnent fortement lorsqu'ils voient que les choses ne vont pas comme ils s'attendaient.



Figure 41ab

De même que pour Georg Cantor, selon les petit Zu et Fur « sept » et « quatre » sont « le même nombre », tandis que « sept » et « sept » *ne sont pas* « le même nombre ».

Considérons maintenant le monde de Georg Cantor.

		1	2	3	4	5	6	7
1	-	E <sub>1</sub>	=	w	w	w	w	w
				E <sub>2</sub>	=	m	w	m
2	-	E <sub>3</sub>	=	w	m	w	m	w
				E <sub>4</sub>	=	w	m	m
3	-	E <sub>5</sub>	=	m	w	m	w	m
				E <sub>6</sub>	=	m	w	m
4	-	E <sub>7</sub>	=	w	m	m	w	m

Figure 42

De même que pour Zu et Fur, selon Georg Cantor « sept... » et « quatre... » sont « le même nombre », tandis que « sept... » et « sept... » *ne sont pas* « le même nombre ». Ces points de suspension disent donc en même temps la puissance dynamique de l'esprit de Cantor, et l'infinité de l'esprit de Zu et Fur.

Ci-dessus [Fig. 42] une portion de sa démonstration du Théorème Diagonal. Ayant conçu l'entreprise ridicule de compter tous les nombres (si tout adulte « sait bien que compter sert à dire *combien* d'objets il y a dans un ensemble »... *quel* adulte sensé se dédiera jamais à cette vanité ?) Cantor compte : [côté gauche] 1,2,3,4,5,6,7 lettres, et 1,2,3,4 nombres, et il en conclut que 7 et 4 sont le *même nombre* (cardinalité des ensembles infinis) ; ensuite, il compte [côté en haut] 1,2,3,4,5,6,7 nombres et 1,2,3,4,5,6,7 lettres [diagonale] et il en conclut que 7 et 7 ne sont pas le même nombre (non numérabilité de l'ensemble des réels). « Je le vois, mais je n'y crois pas ! » s'exclame-t-il enfin.